

2020年度

専攻科入学者学力選抜検査問題

(数 学)

受検番号	
------	--

(注 意)

- 1 指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから6ページまでです。試験開始の合図のあとで確認してください。

独立行政法人国立高等専門学校機構

福井工業高等専門学校

1 次の微分方程式の、一般解をそれぞれ求めなさい。ただし、 y は x の関数とします。

(1) $y'' - 2y' - 3y = 0$

(2) $y' - 2xy = 0$

(3) $y' - 2xy = 2x^2 - 1$

2 以下の問いに答えなさい。

(1) 次の3つのベクトルは、一次独立か一次従属か調べなさい。

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(2) 次の極限を、それぞれ調べなさい。

$$(ア) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log(2x+1)}$$

$$(イ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\log(2x+1)}$$

3 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について、以下の問いに答えなさい。

(1) 導関数 $f'(x)$ を求めなさい。

(2) 関数 $f(x)$ の、増減を調べなさい。

(3) $y = f(x)$ の、グラフの概形をかきなさい。(漸近線に注意しなさい。必要に応じて、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ であることを用いてもよい。)

4 次の行列 A について、以下の問いに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(1) 行列 A の、固有値と固有ベクトルをそれぞれ求めなさい。

(2) $P^{-1}AP$ が対角行列になるような正則行列 P を求め、行列 A を対角化しなさい。

5 条件 $x^2 + y^2 = 2$ の下で, x と y についての 2 変数関数

$$z = 2xy$$

の最大値および最小値と, そのときの x と y の値をそれぞれ求めなさい.

6 xy 平面上の領域 D を

$$D = \{ (x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0 \}$$

とします。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 領域 D を図示しなさい。

(2) 重積分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$ の値を求めなさい。