

令和4年度

専攻科入学者学力選抜検査問題

(数 学)

受検番号	
------	--

(注 意)

- 1 指示があるまで開かないでください。
- 2 問題用紙は1ページから6ページまでです。試験開始の合図のあとで確認してください。

独立行政法人国立高等専門学校機構

福井工業高等専門学校

1 以下の問いに答えなさい。

(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$ を調べなさい。

(2) 関数 $f(x, y) = \sin(xy)$ について $\frac{\partial f}{\partial x}$ と $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ を求めなさい。

(3) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ の値を求めなさい。

2 以下の微分方程式について答えなさい。ただし、 y は x の関数とする。

(1) $y' = y^2 \tan x$ の一般解を求めなさい。

(2) $y'' + y = 0$ の一般解を求めなさい。

(3) $y'' + y = x^2$ の一般解を求めなさい。

3 行列で表された連立1次方程式 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ -2 & 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ (a は定数) について, 以下の問いに答えなさい.

(1) この連立方程式が解をもたないための a の条件を求めなさい.

(2) この連立方程式がただ1つの解をもつための a の条件を求め, さらにそのときの解を求めなさい.

4 行列 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$ について, 以下の問いに答えなさい.

(1) 行列 A の固有値および固有ベクトルを求めなさい.

(2) 行列 A の対角化行列 P を求めて, A を対角化しなさい.

5 関数 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ について、以下の問いに答えなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ の値を求めなさい。

(2) $f'(x)$ と $f''(x)$ を求めなさい。

(3) 関数 $y = f(x)$ のグラフについて、正しいものを以下から全て選び番号を記入しなさい。

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| ① $x = 0$ で極大になる。 | ② $x = 0$ で極小になる。 |
| ③ 漸近線をもつ。 | ④ x 軸に関して対称である。 |
| ⑤ y 軸に関して対称である。 | ⑥ 原点に関して対称である。 |
| ⑦ 周期的なグラフである。 | ⑧ 変曲点は $(0, 0)$ である。 |
| ⑨ 任意の実数 x に対して単調増加である。 | ⑩ 任意の実数 x に対して単調減少である。 |

解答：

6 以下の問いに答えなさい。

(1) 領域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ を図示しなさい。

(2) 二重積分 $\iint_D y \, dx dy$ の値を求めなさい。