

生涯学習に接続する数学教育

『数学的活動』と補助としての Technology 活用

日本数学検定協会 渡辺 信 s.watanabe@suken.org
筑波学院大学 垣花 京子 kakihana@tsukuba-g.ac.jp

1. 算数・数学教科の教育目標

学校教育基本法の改善

次の点を配慮すること

1. 生涯にわたり学習する基盤が培われること
2. 基礎的な知識及び技能を習得させること
3. これらの知識及び技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力・その他の能力をはぐくむこと
4. 主体的に学習に取り組む態度を養うこと

この学校教育基本法をうけて、学習指導要領の学力観を『生きる力』の再構築

第1章教育課程編成の一般方針

1. 学校の教育活動を進めるにあたっては、各学校において、児童生徒に生きる力をはぐくむことを目指し、創意工夫を生かし特色ある教育活動を展開すること
2. 基礎的・基本的な知識及び技能を確実に習得させ、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力をはぐくむとともに、主体的に学習に取り組む態度を養う
3. 個性を生かす教育の充実に努める

この『生きる力』の構築によって、小学校から高等学校までの教科の統一を果たす

小学校算数科	中学校数学科	高等学校数学科
算数的活動を通して	数学的活動を通して	数学的活動を通して
数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身につけ、	数量や図形等に関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、	数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、
日常事象について見通しを持ち道筋を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、	数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数学的に考察し表現する能力を高めるとともに、	事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、
算数的活動の楽しさや数理的処理の良さに気づき、	数学的活動の楽しさや数学の良さを実感し、	数学の良さを認識し、
進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。	それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。	それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

2. 何を育成するか—思考力・判断力・表現力

(1)思考力・判断力・表現力の育成と算数・数学科の教育への期待

中教審の「数理教育の充実」において、次のように述べている

論理や思考といった知的活動の基盤という言語の役割に着目した場合

比較や分類、関連付けといった考えるための技法

帰納的な考え方や演繹的な考え方などを活用して説明する

言語的活動が重要これらの活動を行う算数・数学の役割は大きい

(2)思考力・判断力・表現力を育成するために重視したい学習活動

体験から感じ取ったことを表現する

事実を正確に理解し伝達する

概念・法則・意図等を解釈し、説明したり活用したりする

情報を分析・評価し、論述する

課題について、構想を立て実践し、評価・改善する

お互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる

(3)説明する力を高めること

今回の学習指導要領では、

思考力・判断力・表現力等をはぐくむための学習活動を教科・領域を横断して重視する

これらの能力の基盤となるものは、数式などを含む広い意味での言語であるとして

言語観が広められ、算数と数学には言語としての役割がこれまで以上に重視される

(4)思考力・判断力・表現力の算数・数学科の趣旨

		趣旨
小学算数	算数的な考え方	日常の事象を数理的にとらえ、見通しを持ち筋道を立てて考え表現したり、そのことから考えを深めたりするなど、算数的な考え方の基礎を身に付けている。
中学数学	数学的な見方	事象を数学的にとらえて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。
高校数学	方や考え方	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。

2. 具体的な問題はある？

数学的活動・算数的活動を強調した場合、その課題を誰が提示するのであろうか。現在の方向では活動の課題が提示されるようである。活動をするためには自らが発見する数学の問題・数学的に解いてみたくなる問題を各自が持っていることが大切である。数学を必要とする具体的な問題は身近にあるのであろうか。問題がない状態で、方法が活動ということはおそらく教育の変化はない。日常生活の中には解決したい問題がある。この問題を数学的に数学的思考を重視して解を見つけることが重要なのではなかろうか。現在のすべてが与えられることを改善する必要がある。

問題 医者 の 指示 で 錠 剤 の $\frac{1}{3}$ を 飲 む こ と に な っ た 。 $\frac{1}{2}$ は 簡 単 に 分 け ら れ る が 、 $\frac{1}{3}$ は どの あ た り で 割 っ た ら い い の か な ……。

この問題を解いてみたいと思っても数学は使えない？見えることを重視して解決方法を探した。

Graph 電卓 (CAS) 活用

円を描くに当たって、どこを原点にするか？

円の左側を y 軸に接する位置においてみる。(もっとよい方法があるかもしれないので、一度といてみてから考えることにした)

円の方程式は $y = \sqrt{1-(x-1)^2}$

割り位置を t とおく

ここからは電卓によって解く。

Solve((∫ √(1-(x-1)^2)), x, 0, t)=π/6, t)

∫ (√(1-(x-1)^2)), x, 0, t)

$\tan^{-1}(\sqrt{t}/\sqrt{-(t-2)} + (\sqrt{t})(t-1)\sqrt{-(t-2)})/2$

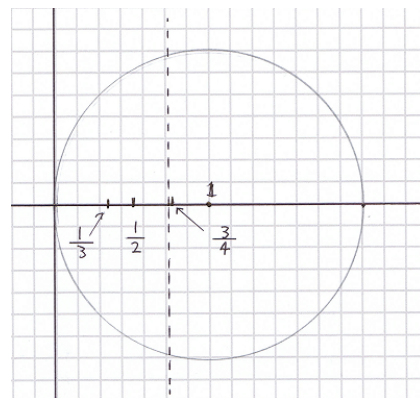
solve($\tan^{-1}(\sqrt{t}/\sqrt{-(t-2)} + (\sqrt{t})(t-1)\sqrt{-(t-2)})/2 = \pi/6$, t)

t=0.73506791.....

t=0.74

半径の 3/4 付近で割ればよい。

この位置が決まれば、残りは横に半分に割る。



原点の位置を錠剤の中心にすると次のようになる。

Solve((∫ √(1-(x)^2)), x, 0, t)=π/12, t)

∫ (√(1-(x)^2)), x, 0, t)

$\sin^{-1}(t)/2 + t\sqrt{-(t^2-1)}/2$

solve($\sin^{-1}(t)/2 + t\sqrt{-(t^2-1)}/2 = \pi/12$, t)

t=0.2649320.....

t=0.26

錠剤の右端から $1-0.26=0.74$ を切ることになる。

計算は少し早い求められる面積が $\pi/12$ になること、右側から切るとするのは日常性ではない。

カブリでの予測

半径 10cm で円を描き、カットするための垂線を作図する。

この垂線を動かすことによって面積の近似が得られる。

計算は数式ソフトが自動的に行い、求めたい面積の値が表示されたときに、長さ t が得られる。

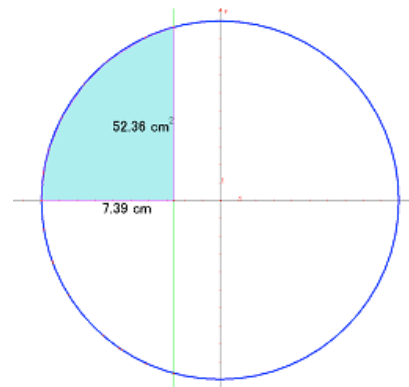
垂線と円とで囲む面積を多角形で近似し、垂線を動かして、面積が円の 6 分の 1 になるように動かして探してみる。

左からの長さを測ると大体、半径 1 の 10 倍の値が得られる。

円の面積は $100\pi/6=52.36\dots$

このときのカットする位置は約 7.39cm と図から読み取ることができる。この値は、先ほど求めた値に近く、

グラフ電卓で求めた値が正しいことを視覚的に確認できる。



エクセル活用による区分求積法の活用

$$\text{高さ} = (1 - (1 - x)^2)^{1/2}$$

$$\text{面積} = x \text{ の幅} \times \text{高さ}$$

$$\text{求める面積} = \text{PI}/6 \quad \text{半径} = 1 \text{ の円の面積}/6 = 0.523599$$

x の幅	0.0001	x	高さ	面積	面積和	0.523599
始め	0	0	0	0	0	-0.5236
もとめる面積	0.523599	0.0001	0.014142	1.41E-06	1.41E-06	-0.5236
		0.735	0.964248	9.64E-05	0.523581	-1.8E-05
		0.7351	0.964276	9.64E-05	0.523678	7.89E-05

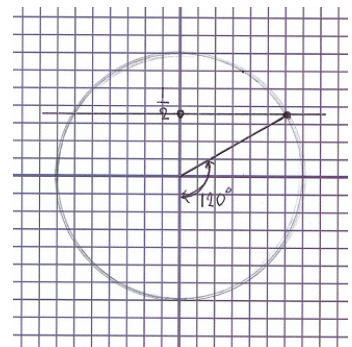
x の値は $0.7350 < x < 0.7351$ の間にある。

x の幅をより小さくすることによって範囲を狭めることができるが、求める値は 0.74 でよい。

角度を用いた三等分

面積を三等分することは中心角を 3 等分することである。角度を図る際に、分度器が必要になると考えがちである。しかし、三角関数(三角比)を使うことによって、半径の冲天に注目すれば角度 120 度を作ることができる。面積の 3 等分は角度の問題であり、特殊な角度を作ることには三角比の値によって求めることができる。

面積だけに注目する必要性はないことも面白い。

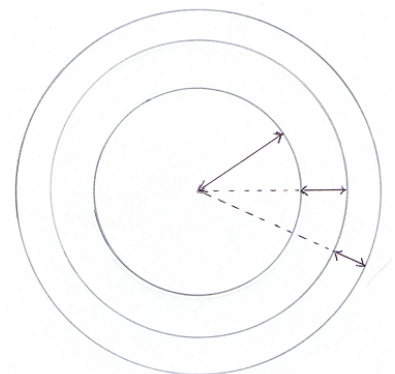


同心円にした分割

同心円を用いて 3 等分すると、半径はどのくらい違ってくるであろうか。半径 1 として、この単位円を同心円を用いて分けたときに、半径は $\sqrt{3}/3$, $\sqrt{6}/3$, $\sqrt{9}/3=1$ になる。

n 等分したときの同心円の半径は、 $\sqrt{n/n}$, $\sqrt{2n/n}$, $\sqrt{3n/n}$, ..., $\sqrt{(n-1)n/n}$, $\sqrt{(n^2)/n}=1$ と規則正しい。

中心から離れると幅は非常に小さくなっていくことは当然ではあるが一度は見ておくことに興味がある。

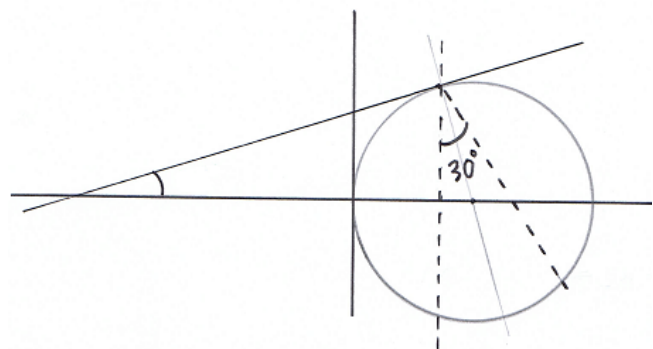


円周角による分割

X=0.74 における接線の角度を求めると、15° になる。この角度を利用すると、3 分割するときの円周角は 30° になる。

$$(0.75, 0.97) \text{ における接線の傾き } 0.27$$

$$\tan^{-1}(0.27) = 15^\circ$$



粉末にして重さを計る

水に溶かして容積を量る

3. 数学教育にとって Technology 活用の時代に何が大切か？

Technology の時代が来ているのに・・・その Technology を積極的に算数・数学教育に使う姿は見受けられない。自らが問題を発見してもその計算はできないならば、解を求める方向性を考えて後はすべて Technology を活用したい。Technology は算数的・数学的活動にとって重要な道具として考えることが好ましい。計算は Technology が行ってくれるのであれば、どのような考え方が重要か、その考え方を教育する必要がある。すべてを与えてしまったら、与えられた問題は解法を真似することによって解けても、具体的に日常接する問題解決には役立たない。どのように考えるかが重要であり、考えることを教育するためには先生は『待つ』ことが重要な指導になる。生徒とともに一緒に考えるということが重要になる。考えたことを Technology を用いて解決することが生涯学習に結びつく。

Technology を使うと計算力が付かないといわれていて、小学校の授業での電卓活用はめんどくさいときという限定がついている。円周率として 3.14 を使うときには電卓活用が認められている。電卓がないときは、円周率は 3 である。計算を筆算でおこなうときの桁数が多いときに Technology が使える。この限定・制限は正しいであろうか。電卓を使うことによって『計算原理』を理解できないという。この主張にはあまり反論ができないままで、小学校での Technology が算数教育では進まない。「計算原理」を理解できたならば、計算はほとんど電卓による。電卓活用によって『計算原理』を理解させることが可能な算数教育の可能性はないか、考える問題ではなかろうか。『計算原理』理解としてそろばんの活用が見直されてみたりするが、Technology による計算によって、割り算の筆算を忘れた数学教育の話はもう 20 年位前のドイツでの国際会議のヒトコマが非常に印象的であった。日本人が開平計算を行わないために、教育の話題にもならない。おそらく将来は筆算の方法を学ばない時代が来るのではなかろうか。計算を行うことは暗算か Technology の時代もすぐ近くまで来ているのに、学校教育だけが過去の事柄に引きずられている。Technology が自由に使える時代になって、学校教育が何を目差していくかを考えるならば生涯学習の時代に計算はどのようにしていくかを考えてもよい。計算結果が正しいかを確認することができる、概算を暗算でできることも必要である。学校教育のあり方は、生涯学習に接続することが重要な問題点になってきた時代を迎えている。

4. 生涯学習との連結性－詰め込みではない授業改善

学校教育基本法の改正によって、最も強調されたことは「生涯学習」の必要性である。学校教育を終了した段階を人生初めの 20 年間とすると、残りの 60 年間の自己教育の場が重要になっている。次の自己教育＝学習としての生涯学習を見越した学校教育が重要になってくる。この生涯学習の必要性を強調したのが『ゆとり教育』であり、『生きる力』の再構築は学習指導要領改正以前の教育目標を再認識することを求めている。この意味から考えたときに、今回の学習指導要領の改正は、以前の「詰め込み教育」へと逆戻りしているのではない。学力低下から叫ばれた、今回の学習指導要領の改正は、知識の大幅な増加と授業時間数の増加によって知識重視の教育と考えられる節もあるが、『ゆとり教育』の延長線上に教育の目標を設定していると考えられる。この『ゆとり教育』の延長として、算数的活動・数学的活動という言葉が、算数・数学教育の目標の初めに設定された。

生涯学習にとって最も重要なことは、創造性豊かに自ら進んで学習することである。そして、現在の情報化社会が今までの教育を大きく変えようとしていることにも注目する日長がある。教育は学校教育だけではなく、社会の至る所で可能になった。情報化社会の中で『情報』を得ることは簡単になった。それだけに『情報』をどのように扱うかによって人々の生活が変わる。生涯学習を見据えた学校教育の必要性を重視した学習指導要領の改正を理解する必要がある。