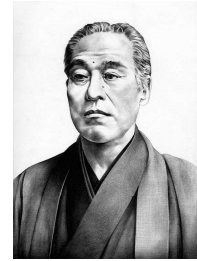


## 数楽通信⑦ なぜ無理数

$\sqrt{2}$  のように分数では表されない数を無理数といいます。なぜ無理数というのでしょうか？日本は、明治維新後に長く続いていた鎖国を解き、西洋の進んだ文化、学術を取り入れました。それまで日本の学問になかったような新しい考え、概念 (concept) には、漢字を用いて、もとの言葉の意味になるべく近い訳語を作りました。幕末の津山藩医で蘭学者、宇田川榕菴は元素、酸化、還元、溶解、分析といった化学用語、福沢諭吉酸素、水素、窒素、炭素、白金といった元素名や細胞、属といった生物学用語を考え出しました。珈琲には漢字そのものを考案したということです。(5.26 付き山陽新聞)

無理数は、もとの英語は irrational number です。ratio は通貨の交換 rate と同じで比を表します。車やバイクの性能を表すのに、P.W.R というのがありますが、これは Power Weight Ratio で馬力と車体の重さ比を表します。日本と海外では比の取り方が違うようです。regular にたいして、irregular のように ir が否定の接頭辞ですから、否定される前の rational number は比で表される数すなわち分数ということになります。これは有理数と訳され、これから否定の有理数でない数が無理数となったのです。しかし、有理数は比で表される数ですから、有比数、無理数は無比数の方が、意味を表している訳のような気がします。これには、以下のような経緯があるようです。もうひとつ ratio に関係する言葉に rationalism というのがありました。これが、合理主義と訳されたのです。この合理主義は、明治の文明開化時に、西洋から取り入れられた思想の根本ともなるものでした。こう訳したのは、「学問のすすめ」の福沢諭吉ではないかと言われています。ピタゴラスについて話したときのように、ギリシャ哲学にとっては、比は調和であり、筋の通った議論・論理にも、比で表される調和が重要でした。ギリシャ思想を表す代表的な言葉「ロゴス」は、言葉を通じて表される理性的活動、言語・思想を表す言葉ですが、同時に比という意味も持っているのです。この rationalism を合理主義と訳したことによって、比で表されない数は、無理数という、少し意味の上からは、無理な訳語を充てられたわけです。



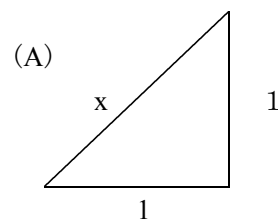
ともあれ、これで、高校1年までに出てきた数について、納得のいく言葉で分類できる用意ができました。1,2,3,4……といった数を自然数といいます。小さい子が自然に数を数えるところなりますね。これは Natural number です。これに0と-1,-2,-3,-4……を加えたのが整数 Integer です。自動車にインテグラというのがありましたね。これには、完全なもの、欠けたところがないものといった意味があります。分数は Fraction これは、かけらという意味で、昨年の本校のファッションショーのテーマにも使われた「フラクタル」も同じ語源です。整数も分母が1の分数とみて、整数・分数をあわせて有理数です。

小数は、実は非常に新しく、数百年の歴史しかありません。これは、前に述べた、0の発見と位取り記数法が確立してからでなければ、小数記法は、成立しなかったからです。分数の形で、表されない数が無理数でした。この有理数と無理数を合わせたものが、実数 Real number です。

それでは、実数でない数は、あるのでしょうか。それが次回のテーマです。

## なぜピタゴラスの夢は破綻したか その原因となった定理

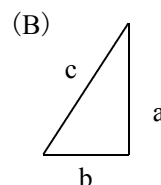
ピタゴラスの夢が破れたのは、一辺1の正方形のような最も基本的な図形の対角線が、比の形で表されないということからでした。これは、直角二等辺三角形では、等しい辺が1のときの斜辺の長さです。



この直角三角形に（\*）を適用すれば、斜辺の長さが計算できます。  
（ ）に入る正しい定理を、以下の定理から2つ選びなさい。

ア 三立方の定理    イ アリストテレスの定理    ウ 1平方mの定理    エ ピタゴラスの定理  
オ プラトニックの定理    カ 三平方の定理

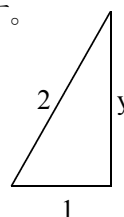
このような二つ名前の定理は、この定理の重要性を示しています。  
この定理を三辺の長さが a,b,c の直角三角形(B)に適用すると  
次のような式になります。    ( )=( )+( )



上の式を (A)に適用し、斜辺の長さ x を求めましょう。

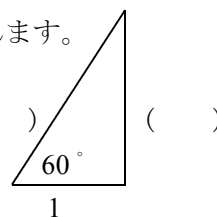
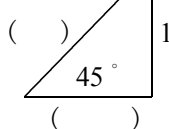
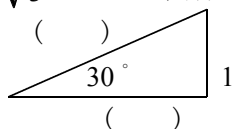
直角三角形(A)は、一辺1の正方形を対角線で、二等分したものです。  
一辺2の正三角形を、頂点から底辺に垂線をおろして二等分すると  
右のような直角三角形(C)となります。

直角三角形(C)の高さに当たる辺 y の長さを  
（\*）を適用して、求めなさい。



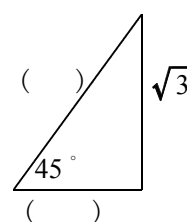
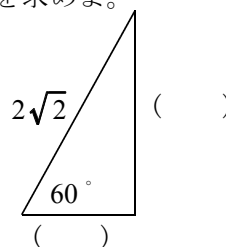
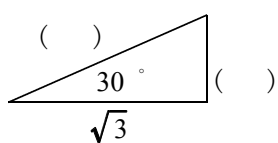
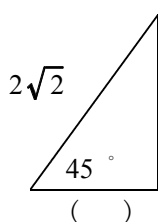
これらのことから次のような直角三角形の辺の比が求められます。

（2 と  $\sqrt{3}$  の大小関係に注意）



$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  の  $\sin, \cos, \tan$  の値は、これらの三角形から定義 s, c, t により求められます。

練習1 次の直角三角形で、残りの辺の長さを求めよ。



練習2 次の直角三角形で（\*）を適用して、残りの辺の長さを求めよ。

