2017.6.10

第18回グラフ電卓研究会

Researcher-Like Activityによる授業実践

福井県立高志高等学校
青木　慎恵

ＲＬＡ（Researcher-Like Activity）

- 市川伸一（1996）が提唱した
  「研究者の活動の縮図的活動を学習の基本形態」
- 狩保智（1996）が中学校の数学教育へ適用した.
- 「問題の発見」を「基本問題からの条件の変更による問題作り」に置き換える
  →学習者それぞれのレベルに合わせた活動
  数学的コミュニケーション活動
  学ぶ意欲を引き出す

授業実践報告

課題学習における探究活動

①「正多面体」を題材にした課題学習
（配布資料に詳細あり）
②「フィボナッチ数列の周期性」に題材にした
課題学習

学習者：高校生(1・2年)，大学生，中学生～高校生
実施形態：普段の授業の単元の中で
集中講義で

①「正多面体」を題材にした課題学習

＊５時間配当＊

１時間目　オリエンテーション

２時間目　正多面体の特徴をつかむ
課題設定

３・４時間目　探究活動

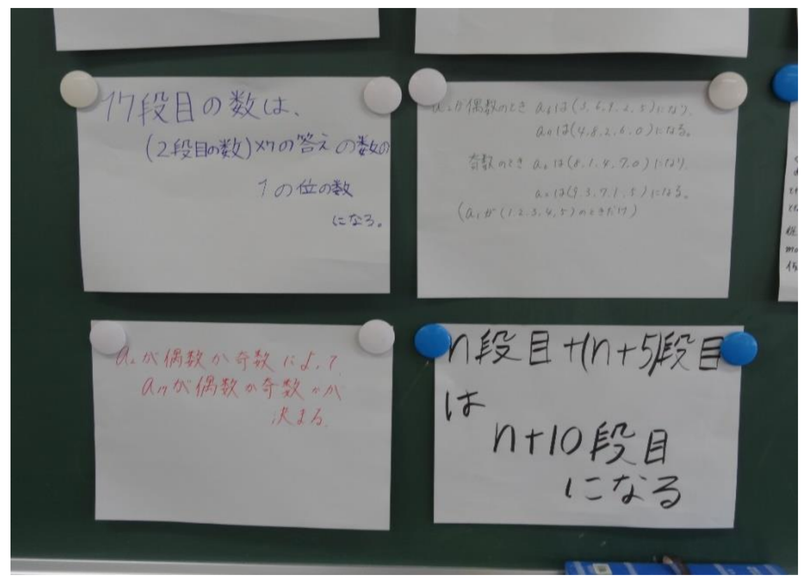
５時間目　ポスターセッション

②「フィボナッチ数列」を題材にした課題学習

平成27年度ひらめき☆ときめきサイエンス
～ようこそ大学の研究室へ～KAKENHI　事業
福井大学主催：
「中高生のための理科と数学の活用力を研く
サイエンスキャンプ」
参加者27名
数学分野８名（中学生５名，高校生３名）

講義　→　グループで探究活動　→　成果発表会
テーマ：「不思議な計算－17段目の不思議－」


n段目に7をかけた
1の位が
n+15段目
になる
n段目とn+5段目
は
n+10段目
になる


17段目の数は、
(2段目の数)×7の答えの数の
1の位の数
になる。
n段目とn+5段目
は
n+10段目
になる

生徒が考えた条件変更

＊計算方法の変更

① たし算 → ひき算

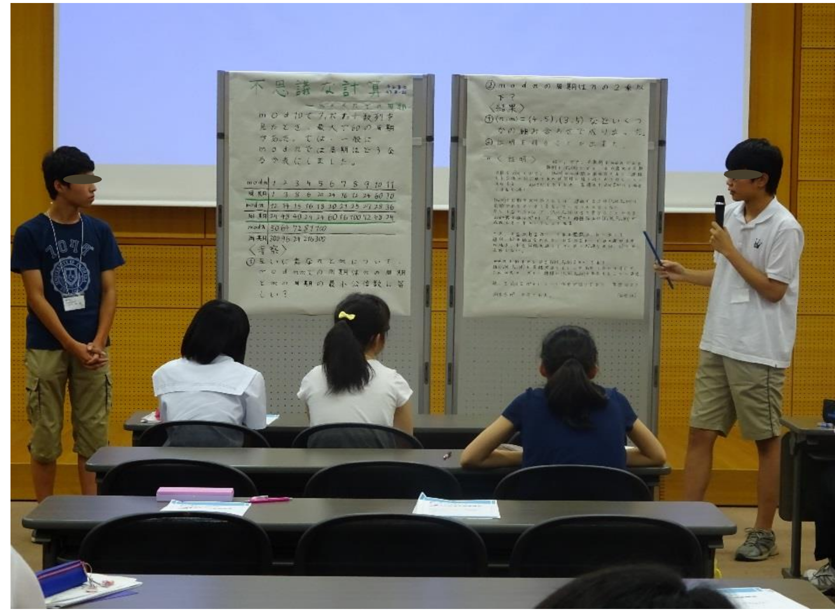
② たし算 → かけ算

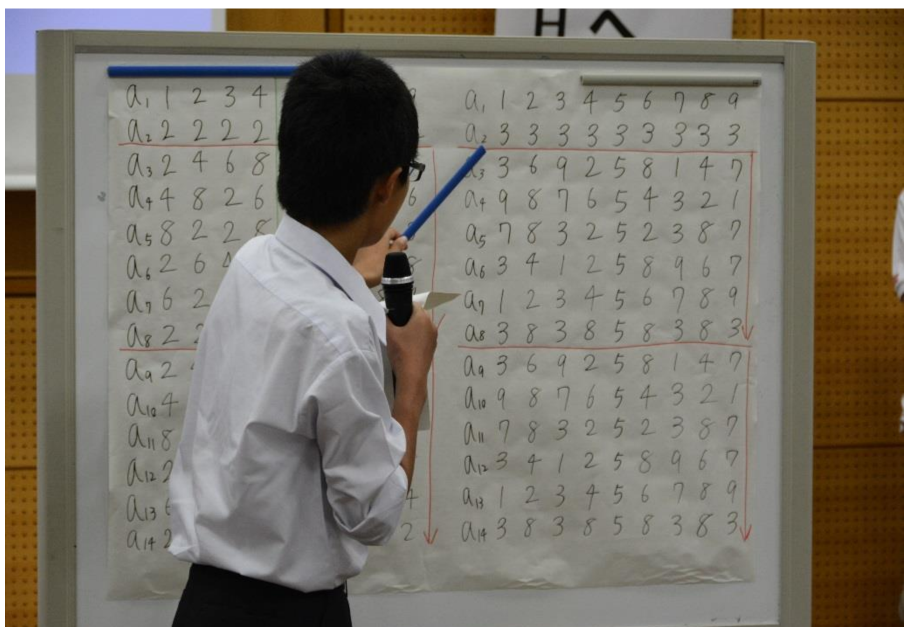
＊発見したことを一般化

③ mod 10 における周期 → mod n における周期

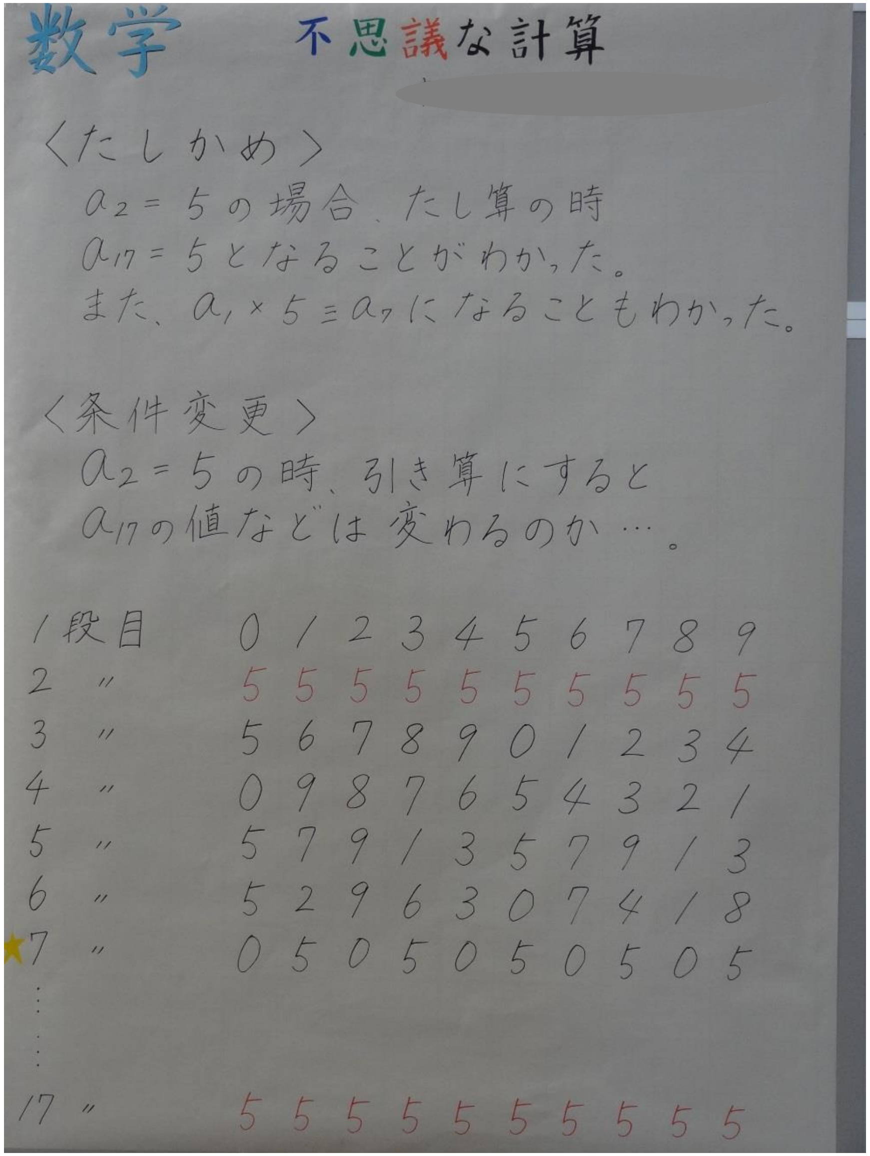
＊事実を一般化し、証明をする

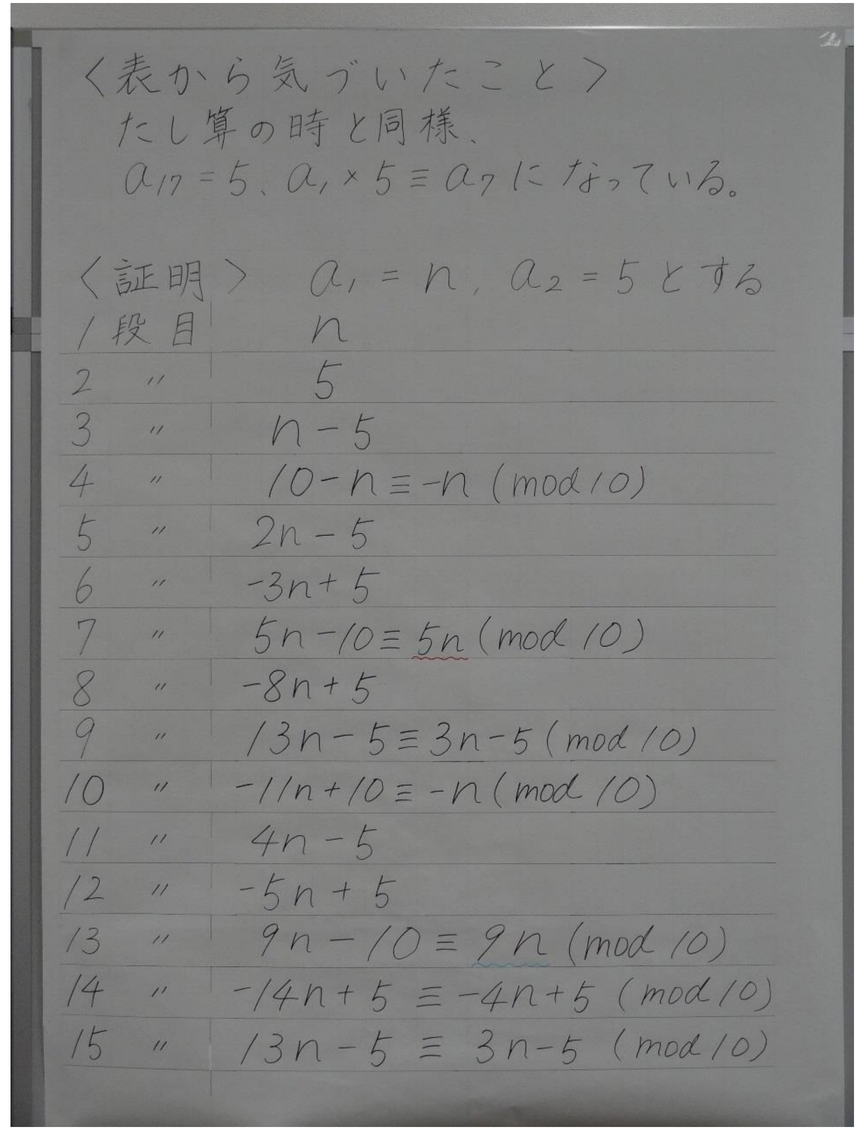

理科と数学の活用力を研
サイエンスキャンプ
ひらめき☆ときめきサ
〜ようこそ大学
KA


不思議な計算


a1 1 2 3 4 5 6 7 8 9
a2 3 3 3 3 3 3 3 3 3
a3 3 6 9 2 5 8 1 4 7
a4 9 8 7 6 5 4 3 2 1
a5 7 8 3 2 5 2 3 8 7
a6 3 4 1 2 5 8 9 6 7
a7 1 2 3 4 5 6 7 8 9
a8 3 8 3 8 5 8 3 8 3
a9 3 6 9 2 5 8 1 4 7
a10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
a11 7 8 3 2 5 2 3 8 7
a12 3 4 1 2 5 8 9 6 7
a13 1 2 3 4 5 6 7 8 9
a14 3 8 3 8 5 8 3 8 3

＊生徒が作成したポスター＊





16	〃	$-7n + 10 \equiv -7n \pmod{10}$
17	〃	$10n - 5 \equiv -5 \pmod{10}$
		$\equiv 5$

このことから、a_{17} は5になり、
$a_1 \times 5 \equiv a_7$ になることがわかった。

また、a_{13} が $9n$ になり、
$a_1 \times 9 \equiv a_{13}$ になることもわかった。
これらは、たし算の場合でも共通することだった!!

たし算と引き算は共通点が多かった。

不思議な計算

―mod n での周期―

mod 10 でフィボナッチ数列を見たとき、最大で60の周期があった。では、一般に mod n では周期はどうなるか表にしました。

mod n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
周期	1	3	8	6	20	24	16	12	24	60	10
mod n	12	14	15	16	18	20	21	25	27	28	36
周期	24	48	40	24	24	60	16	100	72	48	24
mod n	50	64	72	81	100						
周期	300	96	24	216	300						

〈考察〉

① 互いに素な n と m について、mod nm での周期は n の周期と m の周期の最小公倍数に等しい？

② mod n の周期は n の2乗以下？

〈結果〉

① $(n, m) = (4, 5), (3, 5)$ などいくつかの組み合わせで成り立った。

② 証明を得ることが出来た。

〈証明〉

一般フィボナッチ数列を mod n でみた数列を $\{F_m(n)\}$ とおき、その最大の周期の数を $d(n)$ とおく。$\{F_m(n)\}$ は二項間の漸化式であり、連続する2項が同じ値であれば同様に繰り返されて行くことに注目する。$d(n) \leqq n^2$ を示すため、背理法で $d(n) \geqq n^2+1$ と仮定し矛盾を導く。

$\{F_m(n)\}$ の周期が n^2+1 以上ならば、連続する2項 $(F_k(n), F_{k+1}(n))$ は周期が来るまで全て異なっていなければならない。
即ち $1 \leqq k \leqq d(n)$ で $(F_k(n), F_{k+1}(n))$ は全て異なることが必要。
$d(n)$ の最小値は n^2+1 で、n^2+1 種類以上の $(F_k(n), F_{k+1}(n))$ が存在しているということである。

一方、$0 \leqq a, b \leqq n-1$ である整数 a, b に対して組 (a, b) の組み合わせは、$0 \leqq a \leqq n-1$ で a の選び方が n 通り、b も同様 n 通りで $n \times n = n^2$ 通りの (a, b) しか存在しない。

mod n で取るから $0 \leqq F_k(n), F_{k+1}(n) \leqq n-1$ であり、組 $(F_k(n), F_{k+1}(n))$ も同様 n^2 通りまでしか存在しないはずだが、これは先の n^2+1 種類の $(F_k(n), F_{k+1}(n))$ が存在することに矛盾。

従って $d(n) \geqq n^2+1$ という仮定が誤りであり、背理法より $d(n) \leqq n^2$ が示された。

(証明終)

生徒の感想

- 非常に興味を持った。グループで考えることによって新しい発見ができた。（中３）
- いろいろな発見ができておもしろかった。（高２）
- 自分たちでいろいろな法則や定理を見つけて証明していくのがおもしろかった。（高１）
- 活動を進めていく中で、チームワークができてとても楽しく活動ができた。（高１）
- みんなと一緒に頭を使って考えるのは楽しかった。（中２）
- 難しい内容だったけど、楽しかった。発表と発表内容を考えるのは、以外によかった（中２）

今までの実践との比較から見えたこと

- **探究の時間の十分な確保とサポート体制の充実**
  →深い学びができる　学習者の意欲も持続
  さらに継続した学びへ
- **幅広い学習者でも、深い学びに発展できる課題**
  →簡単な計算から、規則性を見つけ、それを確かめたり、発展することができる
- **自分から進んで話し合う活動や発表活動**
  →生徒の学びによい経験と刺激になる

実践のまとめ

- 数学的に深い内容についての探究活動が行われた
  ←　探究活動時間を集中的に多くとれた
  ←　大学院生のサポート
- 学習者のレベルに応じた深い学びができた
  ←中学2年生～高校2年生までの生徒が学びの
  　段階に応じて活動していた
- 話し合いながらまとめたり発表したりすることから知識の再確認とそれぞれの課題が見える
  ←　新たな疑問や解決したいことが生まれた

今後は・・

- この探究活動を次の学びにどうつなげるか
  → レポート集の作成
  → 大学院生とのつながり

- 実際の学校現場でどうするか
  → 探究活動時間の確保
  → 探究型アクティブラーニングの
  １つの実践としていきたい