

和算への西洋文化の影響 『和算の成立その光と陰』より

坪川武弘

第19回グラフ電卓研究会

2018年6月17日 福井高専にて

今日の話題

- 2013年に鈴木武雄氏を招いて和算の中に西洋数学の影響があることをこの場でお話いただきました。

「ヨーロッパ数学及び文化の日本への影響」 鈴木武雄（日本オイラー研究所・元掛川市教育センター）

- 2011年から毎年新しい研究成果の論文をいただいています。
- 4月以降再度著書『和算の成立その光と陰』を読み直しました。
- 今回あらためてその指摘の重要性和数学教育へのヒントを考えてみました。

和算のイメージ

- 和算は日本独自の数学文化の発展と考えられています。特に算額と算書については和算発展の2大推進力と言われています。
- その成果と内容は当時の世界の数学研究の水準を超えているものもありました。これはすでに多くの研究があります。
(平山諦『和算の歴史』1964年)
- 一方、戦国時代には多くの宣教師が来日し様々な文化的貢献をしたことも知られています。
＊数学の世界にも大きな影響があったに違いないというのが鈴木氏の見解です。(実は晩年の平山の指摘が研究の発端とのこと)

和算にまつわる謎の数々

- 初期の和算家には実像がほとんどわからない人物がいます。
高原吉種, 村瀬義益, 関孝和, . . .
- 突然世界トップクラスの研究成果が現れます。
三次方程式の近似解法, 文字式の使用, 数値計算での加速法
- 和算史の中に見え隠れするキリシタン
「同文算指」「割算書」は江戸時代は禁書でした。
- 天文術, 測量術での和算家の活躍はよく知られていますが,
宣明暦から貞享歴への改歴, 二本松藩などの用水作成

鈴木氏の視点

- キリスト教宣教師たちは当時のヨーロッパの最高学芸を学んで布教に参加していた。多くの西欧科学技術の書籍を携えての布教活動であった。
- 厳しいキリシタン弾圧の中でも、捕らえられた後江戸幕府の監視の下で生活していた潜入宣教師がいた。
(第二次ルビノ隊は全員江戸にて生涯を全うしている。)
- 弾圧の最高責任者であった宗門改方の大目付、井上筑後守政重が彼らを庇護し西洋科学技術の導入を図ったのではないか。
(政重は西欧文化への造詣があり幕府の政策決定権を有していた。)

鈴木氏の仮説

- 大目付井上政重は、自らが管理する小日向の切支丹屋敷において、宣教師たちに教育研究活動を行わせたのではないか。
- 当時の優秀な子弟を「小日向研究所」に密かに集めたのであろう。ここで学んだ彼らは初期和算家として活躍したに違いない。
- 特にほとんど実像が明らかにされていない「高原吉種」こそ潜入宣教師ジュセッペ・キアラ（岡本三右衛門）ではなかったか。

派遣宣教師たちの知識と学歴

- 15世紀から17世紀、大航海時代にカトリック教会は多くの宣教師を世界中に派遣した。
- とりわけ16世紀には「戦闘的な」イエズス会がインド・アジアに多数の宣教師を派遣した。イグナチウス・ロヨラ、フランシスコ・ザビエルなどの創設者たちは教育と研究も使命としていた。
- 宣教師になるには十代の数年間教育と研修を受けていた。宗教関連と人文科学だけではなく、天文学・測量学・数学などをしっかり学んでいた。しかも当時の最先端を学んでいた。
- イエズス会は、布教活動にとって西洋の学問や進んだ科学技術などの文化的優位性が重要な役割を果たすと考えていた。

- フェレイラ (1580-1650)

転びバテレンとして知られています。医学・天文学での貢献は極めて大で、南蛮流医術の始祖とされ、弟子の杉田忠恵、西玄甫は幕府の奥医師となり、半田順庵はマカオでさらな医学を学び名医とされています。

- ペドロ・ゴメス (1533-1600)

日本のコレジョで「天球論」の内容の講義を行っていた。

- ジョセッペ・キアラたち

クリストファー・クラビウス(イエズス会の学院での数学の権威、1582年のグレゴリオ暦を主導)が作成したカリキュラムを毎日45分1年間学んでいた。

- シドティ(1657-1725)

新井白石が面会し「一生の奇会」「五百年に一人を得るべき人材」と称したとされます。建部賢弘と同じ時期

宣教師キアラたちの持ち込んだ書物

- 『岡本三右衛門筆記』では「学文の事」として9分野, 11分野の記載
- 9分野は, ラテン語, 修辞学, 哲学など
- 11分野は数学や科学技術
 - アレツメチカ(Arithmatica) 算勘ノ学
「文字ヲ以テ何ホドノ義モ埒明申候」
 - マテマチカ(Mathematica) 天文ノ学
 - アソトロジア(Astrologia) 星ノ学, 易ノ学
 - コウスモガラヒヤ(Cosmographia) 世界ノ図ヲ書(ク)学

禁教令とキリシタン弾圧の歴史

- 豊臣秀吉によるバテレン追放令（1587年）

- 慶長の禁教令

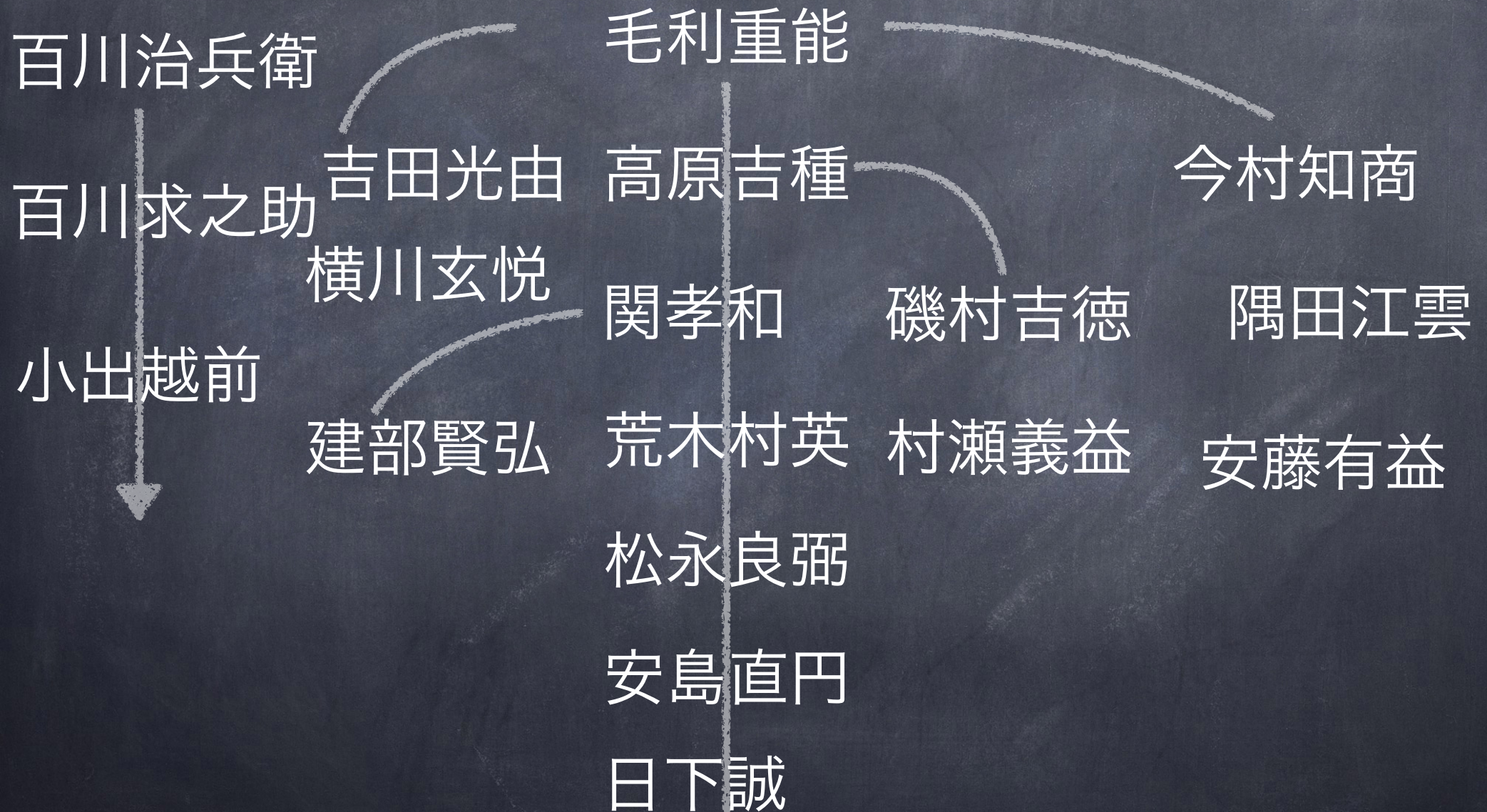
幕府直轄地での禁教令（慶長17年 1612年）

元和の大殉教

- 鎖国令

- 島原の乱（寛永14年 1637年）

初期の和算家の系譜



西欧数学からの影響を考える (開平法と開立法はどこから)

- 和算に初めて登場するのが、吉田光由『塵劫記』(寛永四年版 1627年)の巻之第四.
- ただそれ以前にも『算用記』と毛利重能の『割算書』(1623)にはその内容が含まれている.
- 吉田光由はその内容をはっきり理解していなかったのではないと思われる。(説明がうまくなされていないし、途中の数値が脱落している.)
- 百川忠兵衛『新編諸算記』(1641)には方法が文章として明瞭に説明されている. しかもその内容はニュートンの近似法と同じであった.

西欧数学からの影響を考える2

(『同文算指』の開平法と開立法)

- 『同文算指』とは、マテオリッチと李之藻によって宗の時代に翻訳された数学書。原本は『*Epitome Arithmeticae Practicae*』(クラヴィウス)。その全訳は『天学初函』。日本では禁書となっている。
- 『同文算指』(1613)の中の開平計算は次のような反復計算法である。
(土倉保 東北大学)

$$x_{n+1} = x_n + \frac{A - x_n^2}{2x_n} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

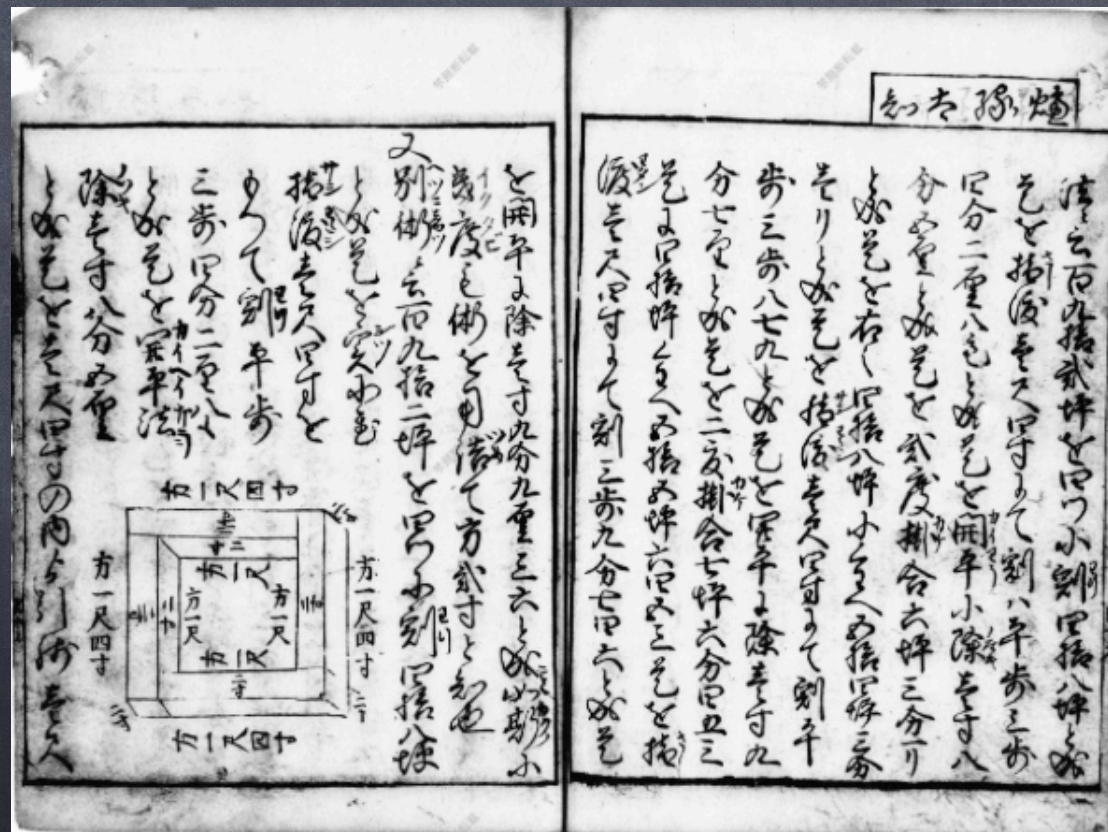
$$A = 20, \quad x_0 = 4$$

- 百川はここから学んだと思われる。百川流では「口伝」としている。
- カルロ・スピノラがもたらした『同文算指』を百川らが参照したと考えられる。
(京都でのコレジョで学んだものと思われる。)

村瀬義益『算法勿憚改』での反復法の発展

- 和算史上初めてあるタイプの三次方程式を逐次近似法を用いて解いた。

(問) 1辺が1尺4寸の正方形の囲炉裏がある。その四辺に断面が正方形の炉縁の石を置く、炉縁の体積を192坪とするとき石の幅と高さを求めよ。



元の方程式

$$4x^2(14 - x) = 192$$

解法1

$$14x^2 - x^3 = 48 \text{ を, } 14x^2 = 48 + x^3 \text{ として, } x^2 = \frac{48 + x^3}{14}$$

$$x_0 = 0, \quad x_1^2 = \frac{48 + x_0^3}{14}, \quad x_2^2 = \frac{48 + x_1^3}{14}, \dots$$

$$x_n^2 = \frac{48 + x_{n-1}^3}{14}$$

解法2

$$x^2(14 - x) = 48 \text{ を, } x^2 = \frac{48}{14 - x} \text{ として, } x^2 = \frac{48}{14 - x}$$

$$x_0 = 0, \quad x_1^2 = \frac{48}{14 - x_0}, \quad x_2^2 = \frac{48}{14 - x_1}, \dots$$

$$x_n^2 = \frac{48}{14 - x_{n-1}}$$

解法1

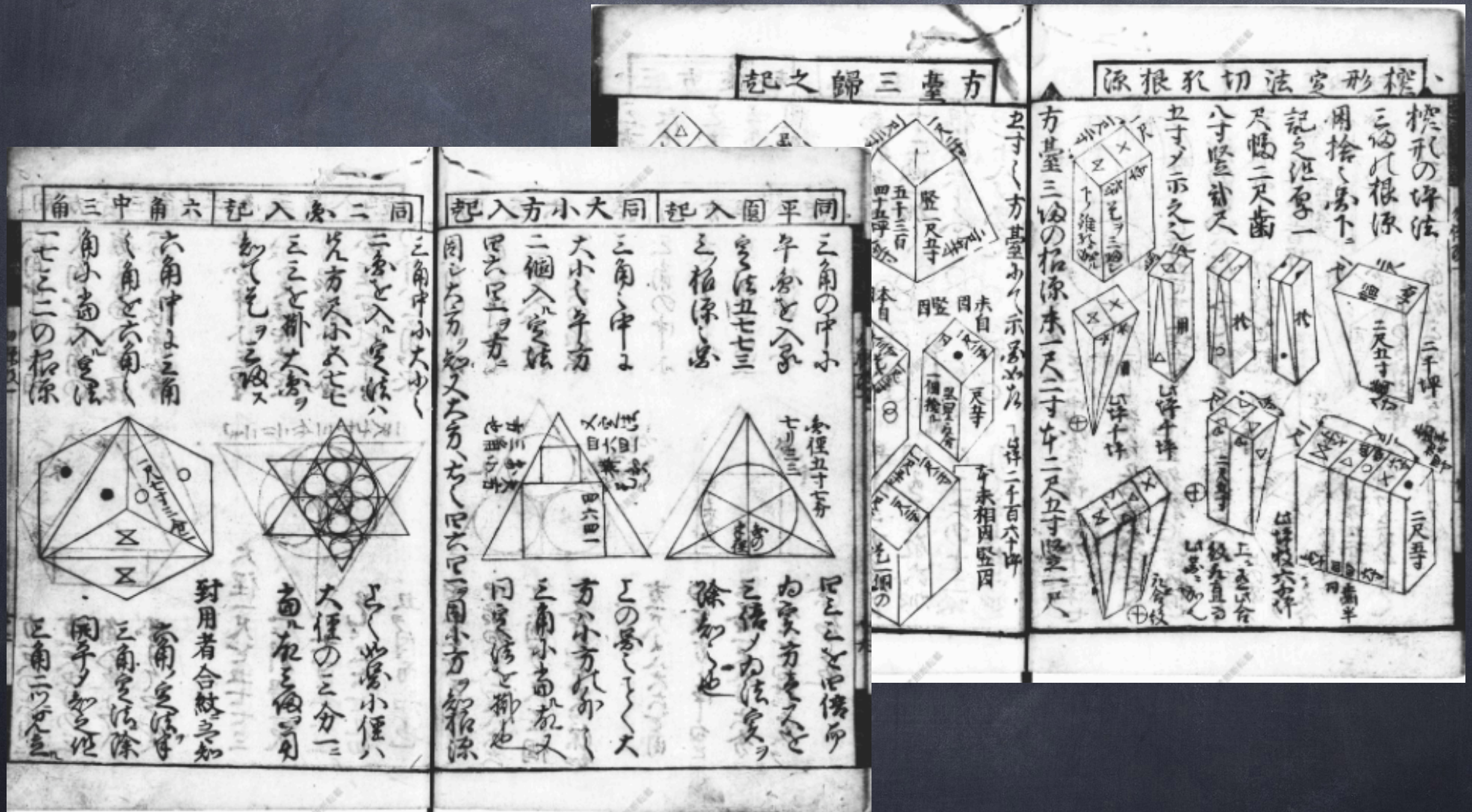
$$\begin{aligned}x_0 &= 0 \\x_1 &= 1.8516401995 \\x_2 &= 1.\textcolor{red}{9}702878811 \\x_3 &= 1.\textcolor{red}{99}37173679 \\x_4 &= 1.\textcolor{red}{99}86574957 \\x_5 &= 1.\textcolor{red}{999}7124929 \\x_6 &= 1.\textcolor{red}{9999}383972 \\x_7 &= 1.\textcolor{red}{9999}868002 \\x_8 &= 1.\textcolor{red}{99999}71714 \\x_9 &= 1.\textcolor{red}{999999}3938 \\x_{10} &= 1.\textcolor{red}{999999}8701\end{aligned}$$

解法2

$$\begin{aligned}x_0 &= 0 \\x_1 &= 1.8516401995 \\x_2 &= 1.\textcolor{red}{9}877501535 \\x_3 &= 1.\textcolor{red}{99}89799603 \\x_4 &= 1.\textcolor{red}{9999}150021 \\x_5 &= 1.\textcolor{red}{99999}29168 \\x_6 &= 1.\textcolor{red}{999999}4097 \\x_7 &= 1.\textcolor{red}{9999999}508 \\x_8 &= 1.\textcolor{red}{99999999}59 \\x_9 &= 1.\textcolor{red}{999999999}6 \\x_{10} &= 1.\textcolor{red}{9999999999}\end{aligned}$$

- 村瀬義益は佐渡に生まれて百川流を学びその後江戸に出て磯村吉徳を師とし、異朝の算書『算学啓蒙』『直指統宗』で賢算したと述べている。生年、没年とも不明。
- 百川治兵衛はキリシタンの疑いで入牢したが弟子の取りなしなどで出牢した。

『算法勿憚改』の記述の謎（国文学資料館より）



磯村吉徳

- 『算法闕疑抄』（初版1659年）何回も出版
- 出版した年に、二本松藩士として就職し測量等に従事
- 当時の測量術は規矩術とよばれていたが、幕府はこれを広めることを禁じていた。
- 測量術は長崎の樋口権衛門が西洋人から習い始めたと言われていて、樋口はキリシタンの疑いで21年間入牢している。
- 磯村は二合田用水の測量を「夜間のみを用いて」行った。
- 「高原氏の門人」との記載

井上政重

- 三代将軍家光の就任時に設けられた大目付4人のうちの一人
- 島原の乱での参謀としての活躍。西洋式の戦術
- 幕府は乱後オランダ人に、臼砲の鍛造、弾丸の製造法、大砲の実射要求をし、他藩には秘密を漏らさないように厳命していた。
- 宗門改としての役割。第一ルビノ隊の処刑には関与せずに第二ルビノ隊を棄教させ江戸に連れ帰り将軍と面会させている。
- 外交安全保障担当として東南アジアの情勢をしっかりと把握していた。
- 西洋学芸への造詣が深かった。

高原吉種

- 関孝和、磯村吉徳の師であることは様々な文献にあらわれている。

「高原庄左衛門吉種、後に一元と云り」

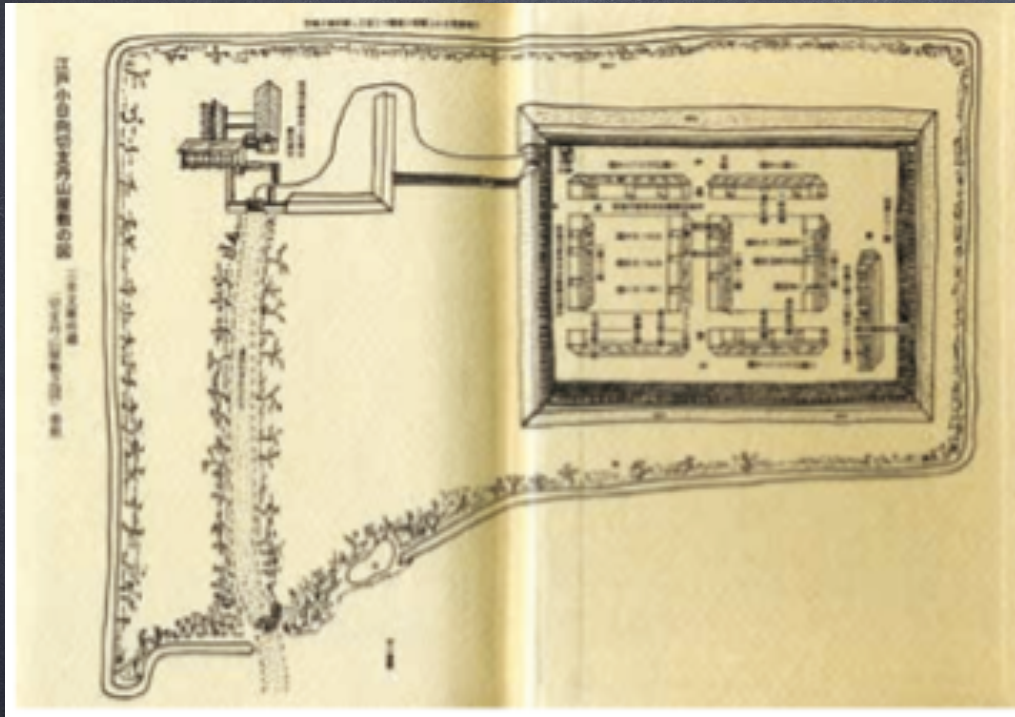
「高原氏の門人に磯村喜兵衛吉徳算法闕疑抄、同頭書を作る。二本松の城主丹羽左京太夫殿に仕ふ、内藤次治兵衛は石川美作守殿に仕ふ、先生も初めは、此一元を師とせりとかや」『荒木先生茶談』より

- 宣教師ジュセッペ・キアラ(41歳)は平戸へ潜入(9名)

江戸での生活(42年間)は切支丹屋敷日記などに残っている。ほとんど不明。特に潜入した1643年から1658年までがわからない。

- 海外でのキアラの消息について、「彼は天球論 *La Sphera* 教授のため、数学者として将軍廷に赴いた」(トンキンにいたイエズス会宣教師)との記録あり。

- やはり、和算家高原吉種は潜入宣教師であったと推測される。



切支丹屋敷の見取り図



キアラの墓

写真はチマッティ資料館HPより

数学教育として考えてみたいこと

- 方程式の解法に反復法を用いることの意義
(収束する場合もしない場合もあること)
- 大規模な数値計算の場合、反復法は最もよく用いられる手法
($Ax=b$ の反復解法, CG法, 他)

村瀬義益『算法勿憚改』での事例を

$$4x^2(14 - x) = 192$$

$$x = \frac{14}{3} - t$$

- 元の3次方程式を解くのに開平法が必要だったが、2次の項を消去するように変形する.

$$t = \frac{3}{196} \left(t^3 + \frac{4193}{27} \right)$$

- これを用いて反復させると

$$x = \frac{14}{3} - t_{10} = 2.0000011154$$

t_0	=	0
t_1	=	2.3764172335
t_2	=	2.5818327581
t_3	=	2.6398376935
t_4	=	2.6579940280
t_5	=	2.6638439846
t_6	=	2.6663661282
t_7	=	2.6665685427
t_8	=	2.6666346273
t_9	=	2.6666562049
t_{10}	=	2.6666632506

〔補足〕 方程式の反復解

方程式 $f(x) = 0$ の反復解法が可能な条件を調べます.
この方程式を次のように $(*)$ の形に変形したとします.

$$x = F(x) \quad \cdots (*)$$

初期値 x_0 から反復することになると

$$\begin{aligned} x_1 &= F(x_0) \\ x_2 &= F(x_1) \\ x_3 &= F(x_2) \\ &\vdots \\ x_{n+1} &= F(x_n) \end{aligned}$$

と順次値を求めて、 $\alpha = F(\alpha)$ となる点 α (の近似値) を探すことになります. これは、グラフ上では

$$y = F(x) \quad \cdots \textcircled{1}, \quad y = x \quad \cdots \textcircled{2}$$

の交点を求めることになります. そのため $x = \alpha$ の近くで $\textcircled{1}$ のグラフの接線について $|F'(x)| < 1$ が収束するための条件となります.

証明の概略は、 $F(x)$ が初期値と α の間で平均値の定理の条件を満たすならば、反復の途中の x_k, x_{k+1} について

$$F'(c) = \frac{F(\alpha) - F(x_k)}{\alpha - x_k} = \frac{\alpha - x_{k+1}}{\alpha - x_k} \quad (c \text{ は } \alpha \text{ と } x_k \text{ の間の数})$$

と表され、

$$\alpha - x_{k+1} = F'(c)(\alpha - x_k)$$

を繰り返し用いると

$$\alpha - x_{n+1} = (F'(c))^{n+1} (\alpha - x_0)$$

となることによります。

グラフも用いて適切な反復を考えます。

よく似た問題で

- (問題 1) 1辺24[cm]の正方形の四角から小正方形を切り取ってできる蓋のない立体の体積が500[cm³]となるようにするにはどれだけ切り取ればよいか.
- (問題 2) A4用紙(21.0×29.7)で上と同様に箱を作り1000[cm³]となるようにするには何cm切り取ればよいか.

問題 1

$$V = x(24 - 2x)^2, \quad V = 600$$

$$x(12 - x)^2 = 150$$

開平を用いると

$$144x - 24x^2 + x^3 = 150 \quad \text{より} \quad x^2 = \frac{144x + x^3 - 150}{24} \quad (x_0 = 2)$$

$$x^2(24 - x) = 144x - 150 \quad \text{より} \quad x^2 = \frac{144x - 150}{24 - x} \quad (x_0 = 2)$$

開平を用いない

$$x = 8 - t \quad \text{と変換し} \quad t = \frac{t^3 + 22}{48} \quad (t_0 = 0)$$

まとめ

- 和算家の中に流れる西洋数学の系譜と独自の発展の契機
- 戦国から江戸期にかけて、社会情勢変動の中で翻弄されていたのは事実
- 天文学・測量学・数学の必要性はある特定の人々にはよく理解されていた
- 歴史に「もし」はないかもしれないが、世界との交流がもっと広範囲にできていたら、別の姿もあったに違いない。
- 今日に通じる数学教育の素材もいろいろありそうです。