

福井工業高等専門学校

研 究 紀 要

自然科学・工学

第 55 号

RESEARCH REPORTS OF NATIONAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY (KOSEN),
FUKUI COLLEGE
NATURAL SCIENCE AND ENGINEERING NO.55

FEBRUARY 2022

目 次

再生可能エネルギーを利用した避難所運営に関する一考察……	<u>辻 子 裕 二</u> 辻 野 和 彦 土 本 嘉 惟	…… 1
漸化式 $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2$ が定義する数列の収束速度と その一般化 ……………	<u>柳 原 祐 治</u>	…… 7
1 年生基礎解析におけるオンライン学習会実践報告 ……………	<u>井之上 和 代</u> 中 谷 実 伸 柳 原 祐 治 山 田 哲 也 相 場 大 佑	…… 15
福井県嶺北地方 M5.0 (2020.09.04) の詳細震源と 震度について ……………	<u>岡 本 拓 夫</u>	…… 23

* 下線は投稿者

CONTENTS

Study on the Evacuation Shelter Operation using Renewable Energy Facilities	<u>Yuji TSUJIKO</u> Kazuhko TSUJINO Kai TSUCHIMOTO	1
The Converge Speed of the Sequence Defined by $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2$ and Its Generalization	<u>Yuji Yanagihara</u>	7
Practical Report of Online Study Sessions of Mathematics for First-Grade Students	<u>Kazuyo INOUE</u> Minobu NAKATANI Yuji YANAGIHARA Tetsuya YAMADA Daisuke AIBA	15
Detail Hypocenter and Intensity of the M5.0 Event (2020.09.04)	<u>Takuo OKAMOTO</u>	23

*The name of an underline means a contributor.

再生可能エネルギーを利用した避難所運営に関する一考察

辻子 裕二^{*1} 辻野 和彦^{*} 土本 嘉惟^{**}

Study on the Evacuation Shelter Operation using Renewable Energy Facilities

Yuji TSUJIKO, Kazuhiko TSUJINO and Kai TSUCHIMOTO

Due to the 2011 Tohoku earthquake and tsunami, the supply and demand of electric power was tight, and the necessity of emergency countermeasure became clear. Political measures regarding the Green New Deal (GND) fund in Japan have been implemented to remedy this problem. Most of the GND fund have spent for the construction of solar power generation facilities. In this research, it is shown that the case study of reviewing the power supply plan by comparing with the power generation data of the GND equipment in Fukui prefecture with the power consumption (planned) at the time of disaster.

Keywords : evacuation shelter operation, green new deal, renewable energy, solar power generation, storage battery

1. はじめに

2011 年東北地方太平洋沖地震での電力需給の切迫を受け、防災・減災への取組を柱とする「強靱な国土整備」と非常時にも利用できる再生可能エネルギーや未利用エネルギーを利用した自立・分散型エネルギーの導入による「災害に強く、低炭素な地域づくり」が国を挙げての課題となった。これを受け、2014 年度から 2016 年度の 3 ヶ年間で、環境省主導で再生可能エネルギー等導入推進基金（グリーン・ニューディール基金制度）事業¹⁾が実施された。以下では、便宜上この政策を「防災 GND」と表記することとする。

同事業には本研究で対象とする福井県を含む 17 都道府県 2 都市が実施対象となった。表 1 に示されるように、福井県の防災 GND は、県の防災拠点 7 施設を含め、全 17 市町の庁舎・消防施設、医療・福祉施設、避難所施設や避難路等に延べ 161 を対象施設（内 2 施設は実施主体が民間（病院））として 13 億 5 千万円の予算が組まれ、設備等が導入された。これら防災 GND で整備される設備（以下、「防災 GND 設備」と表記する）は、太陽光発電設備、蓄電池系設備（リチウムイオン蓄電池設備など）、照明系設備（LED 高所照明、蓄電池付きソーラー街路灯、LED 屋内高所照明、高効率照明、LED 照明、LED ソーラーウインド街路灯な

表 1 福井県における防災 GND 設備一覧

実施主体	場所	事業内容	稼働年月
福井県	消防学校	太陽光 20kW 蓄電池 30kWh	H27.12
	恐竜博物館	太陽光 20kW 蓄電池 30kWh	H27.12
	中小企業産業大学	太陽光 20kW 蓄電池 30kWh	H29.03
	若狭ヘリポート	太陽光 13kW 蓄電池 25kWh	H28.03
	芦原青年の家	木質バイオマスボイラー 200kW	H28.03
	足羽高校	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H28.03
	高志高校等	蓄電池 15kWh	H29.03
	敦賀高校	蓄電池 15kWh	H29.03
	金津高校	蓄電池 15kWh	H29.03
	森田小学校	太陽光 6kW 蓄電池 11kWh	H29.03
福井市	福井市体育館	蓄電池 6kWh	H29.03
	湊公民館等 29施設	ソーラーLED街路灯 4基	H29.03
	伊自良館	木質バイオマスボイラー 75kW	H29.03
敦賀市	市道中央寄見線	ソーラーLED外灯 30基	H28.03
小浜市	小浜小学校	太陽光 10kW 蓄電池 14kWh	H27.12
大野市	有終南小学校等 17施設	ソーラーLED街路灯 82基	H28.01
勝山市	福祉健康センター等 23施設	ソーラーLED街路灯 41基	H28.03
	平泉寺小学校等 49施設	ソーラーLED街路灯 54基	H29.03
鯖江市	鯖江市役所	太陽光 12kW 蓄電池 22kWh	H29.03
	丸山公園	ソーラーLED街路灯 6基	H29.03
あわら市	金津中学校等 2施設	太陽光 20kW 蓄電池 34kWh	H29.03
越前市	武生中央公園	太陽光 12kW 蓄電池 23kWh	H28.03
	エコビレッジ交流センター	太陽光 7.28kW 蓄電池 16kWh	H29.03
越前町	朝日中学校 4施設	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H29.03
坂井市	三国北小学校等30施設	ソーラーLED街路灯 60基	H29.03
	上志比文化会館	木質バイオマスボイラー 105kW	H29.03
永平寺町	松岡福祉総合センター	木質バイオマスボイラー 200kW	H28.07
南越前町	今庄中学校等 2施設	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H29.03
	美浜町役場	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H29.03
美浜町	美浜町保健福祉センター	ソーラーLED街路灯 21基	H29.03
	県道高浜港・停車場線	ソーラーLED街路灯 6基	H27.03
高浜町	高浜町役場・高浜公民館	太陽光 20kW 蓄電池 30kWh	H28.07
	和田小学校等 28施設	ソーラーLED街路灯 33基	H29.03
おおい町	総合町民福祉センター	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H29.03
	上中中学校等 34施設	ソーラーLED街路灯 49基	H29.03
若狭町	パレア若狭	太陽光 10kW 蓄電池 15kWh	H28.03
	医療法人 斉藤病院	太陽光 10.4kW 蓄電池 17kW	H27.11
	シルバーケア藤	太陽光 17kW 蓄電池 12kWh	

ど）、ボイラー系設備（木質バイオマスボイラー、薪ボイラー）等と多様である。防災 GND の性質上、全国的に共通して太陽光発電設備、蓄電池系設備が多くを占める特徴がある。災害による停電により電気供給が断たれたとしても、平

^{*}環境都市工学科 ^{**} (株) 辻広組 ¹⁾harima@fukui-nct.ac.jp



図1 防災 GND 設備の例（施設 A）

常時から使い慣れているシステムを生きつなぐためのツールとして用いる「災害事システムの平常時からの利活用」が施設整備への大きな動機付けになっていると見ることができる。太陽光発電設備、蓄電池系設備は主に市街地に設置されることが多いが、日射条件等が適していれば中山間地域にも設置されている。ソーラーLED 街路灯は、大雨等が要因となり孤立する危険性のある地域で積極的に導入され、避難所への安全な誘導を促すことを目的とすることが多い。また、木質チップの生産が行われている地域で、給湯にバイオマスボイラーが用いられる事例もある。

他の都道府県同様、表 1 に示されるように、福井県では大半が太陽光発電設備、蓄電池系設備となっている²⁾。図 1 はこの標準的な設備であり、太陽光発電パネル（同図左）と蓄電池系設備（同図右）で構成されている。本報では、同図で示される防災 GND 設備を有する施設（以下、施設 A と表記する）を事例として取り上げ、この施設で避難所運営を行う場合の課題及び改善策を検討した結果を述べる。なお、施設 A は公民館やコミュニティーセンターの名前は冠していないものの、地域の公民館としての機能を有し、主に環境学習を目的とする体育館や研修会場を備えている。また、施設 A の立地する地区は山に挟まれた積雪山間部であり、災害時に地区が丸ごと孤立することも想定される中山間地域である。一旦停電が発生すれば復旧に遅れが生じることも十分に考えられるため、施設 A における防災 GND 設備の必要性は極めて高いと想定される。

防災 GND により福井県に設置された蓄発電設備は、全てがリチウムイオン蓄電池付太陽光発電システムである。このシステムの標準的な動作パターンは表 2 に示される 4 通り設定されている。

表 2 リチウムイオン蓄電池付太陽光発電システムの動作

段階	内容
1. 平常時／昼間 (太陽光発電有)	太陽光発電が多い時、システムは特定電気負荷への電力供給と蓄電池の充電を優先的に行う。蓄電池の充電が必要な場合は、蓄電池を充電しつつ、特定電気負荷に電力供給する。蓄電池が満充電の場合は、太陽光の電力を特定電気負荷、一般電気負荷に使用する。
2. 平常時／夜間・昼間 (太陽光発電無)	太陽光発電が無い、または少ない時、システムは蓄電池から特定電気負荷へ電力供給する。また、停電に備え、設定した一定量の蓄電池残量を自動で確保する。
3. 発災(停電)時／昼間 (太陽光発電有)	太陽光発電が多い時、システムは太陽光発電と蓄電池の電力で特定電気負荷へ電力供給する。太陽光発電が特定電気負荷より多い場合は、蓄電池へ充電を行う。太陽光発電が特定電気負荷と比べて少ない場合は、蓄電池から特定電気負荷へ電力供給する。この時、電力供給は設定された蓄電池残量を元に計画的に行われる。
4. 発災(停電)時／夜間・昼間 (太陽光発電無)	太陽光発電が無い、または少ない時、システムは蓄電池の電力で特定電気負荷へ電力供給する。夜間は蓄電池から特定電気負荷への電力供給を前提とし、日中に蓄電池を再度充電する。長時間停電が続き蓄電池が空になった場合には蓄電池は停止し、電力供給を停止する。
備考(一般的なシステムが具備する内容、2017 年度時点)	・上記 1.～4.の動作の切り替えは自動で行われる。 ・リチウムイオン蓄電池は 100%～0%の充放電を 1 万サイクル以上繰り返しても 80%程度以上の容量維持率が期待される。システム自体の寿命は約 10 年であり、10 年で容量維持率はほとんど低下しない。 ・パソコン画面で太陽光発電量、放電量、蓄電池残量、受電電力量などを見ることができる。 ・リチウムイオン蓄電池は、蓄電ロスと放電ロスを考慮したエネルギー変換効率が 95%程度である。

2. 地震下での防災 GND 設備の稼働状況

災害時(地震時)の防災 GND 設備の稼働状況を把握するため、2016 年 4 月に発生した熊本地震時における被災地の防災 GND 設備の稼働状況を整理した。最大震度 7 を 2 度観測した熊本地震では図 2 のような被害が各所で確認されたものの、防災 GND 設備は大多数の施設で正常に稼働したことが報告されている³⁾。熊本県内で防災 GND 設備が設置されているのは 78 施設であり、熊本県内の防災拠点となる各市町村の役所や消防署、避難所になるような施設を多く含んでいる。なお、熊本県における防災 GND 設備は、太陽光発電設備、蓄電池系設備が全体の約 8 割を占め、次いで照明系設備が約 1 割、ボイラー系設備が約 0.5 割となっている。



図2 熊本地震の被害の一例（益城町公民館付近の擁壁の被害）

熊本地震の際、防災 GND 設備が整備されている 78 施設のうち 74 施設で不具合が生じることなく設備が稼働した。停電があった施設では電力供給を太陽光発電からの供給に切り替えることで、パソコン・テレビの電源確保や携帯電話の充電に使用された。これにより、被害の把握や対応を行うための情報収集や整理が滞りなく行うことが可能となり、防災機能の著しい低下を防ぐことができた。また、避難所となった施設では照明などの安全で快適な生活を送るための用途に防災 GND 設備から電力供給がなされた。

一方、不具合が発生した 4 施設の内、1 施設は最大震度 7 を記録した益城町役場本庁舎であった。同庁舎自体の被害が大きく、防災 GND 設備である発電設備に不具合が発生し、太陽光発電設備と蓄電池の使用ができなかった。一方で、同じく震度 7 を記録した河原小学校と山西小学校では停電はあっても不具合なく防災 GND 設備によって電力の供給がなされた。これらの事実から、建物躯体自体に被害がなければ震度 7 の地震でも防災 GND 設備はほぼ正常に稼働すると見ることができる。もう一つの不具合は、避難所（甲佐中学校体育館）に設置された蓄電池に異常が発生した事象である。この設備では、強震により安全装置が過剰に反応し異常の誤検知が発生したことから蓄電池の稼働が停止したと報告されている。翌日には設置業者及びメーカーによってシステムが復旧され、ソフトウェアは強震でも誤検知しないものにバージョンアップがなされた。残り 2 つの不具合は、避難所に設置された蓄電池の蓄電容量を超えたことに起因した一時的な停電であった。この不具合は 2 施設（長陽体育館と総合保健福祉センター）で発生した。長陽体育館では地震直後から停電が発生し、避難者の受け入

表3 避難者一人あたりが利用可能な電力の試算結果
（熊本地震時に開設された防災 GND 設備を有する避難所の一例）

施設名	蓄電池容量(kWh)	熊本地震時の避難者数(人)	1人あたりが利用可能な電力量(Wh)
阿蘇広域行政事務組合消防本部	15.7	50	314
色見総合センター	14.4	110	131
高森町役場	16.2	480	34
色見保育園	14.4	90	160
長陽体育館※	15.0	60	250
河原小学校	15.0	250	60
山西小学校	15.0	300	50
上益城消防本部	15.0	140	107
御船町カルチャーセンター	15.0	60	250
総合保健福祉センター※	15.4	214	72
白旗福祉ふれあいセンター	14.4	82	176
甲佐町町民センター	14.4	60	240
甲佐中学校体育館	16.0	300	53
平均	15.1	169	146

※蓄電池の容量越えにより停電が発生した施設(2施設)

れ開始後、導入設備である太陽光発電設備と蓄電池設備により照明への電力供給が開始された。しかし、使用した電力量が蓄電池の容量を超えたため 2 時間ほど点灯後、供給を停止したとされる。

表3 は熊本県により算出された、防災 GND 設備を利用した場合の避難者 1 人あたりの電力量を示している。蓄電池容量超えにより停電が発生した 2 施設は、必ずしも避難者 1 人あたりの電力量が少ないわけでない。また、同表から、スマートフォン 1 回分の満充電に 10～20Wh 程度必要だとすれば、蓄電池容量の半分程度を利用することができれば、避難者全員のスマートフォンの満充電を行うことが可能であることがわかる。すなわち、1 人あたりの電力量が小さい施設でも、運用次第で停電を起こさない可能性が見出される。停電が発生した施設とは別の大規模避難施設では、他施設と比較しても避難者数が多く使用可能電力に余裕がないと見積もられたにも関わらず、不具合は発生せず防災拠点としての能力と避難所としての能力を維持し続けた。すなわち、蓄電池容量を越えることによる停電の問題は各施設の電力の利用方法に依存することが明らかである。

某施設担当者は、充電切れの要因を「避難場所の部屋・廊下等の照明の点灯により想定以上の電気の使用があったためと思われる」と回答している。施設ごとに予め許容避難者数を想定し、蓄電池容量を踏まえ、安全性を担保した災害時電力使用計画を策定しておく必要があることは明白である。

3. 災害時使用電力量の現状

防災 GND 設備が設置された避難所や防災拠点となる施設では、災害時にどの電子機器を何時間使用するかを定めた災害時電力使用計画が作成されている。しかし、発電量次第では当該災害時電力使用計画が成り立たない可能性もある。本研究では、福井県内の防災 GND 対象施設の中で、太陽光発電設備とリチウムイオン蓄電池が導入された施設を選択し、各施設へのヒアリング等を行い、発電データと災害時に使用する電気機器・電力量に関する情報を収集した。なお、発電量に見合わないと思われる災害時使用電力量が発見された場合には、その施設の災害時の役割を考慮しつつ災害時電力使用量を見直し各施設へ提案を行うこととした。

災害時使用電力量の確認及び見直しを行うにあたっては、既往成果⁴⁾を参考に図3に示す6つのパターンを設定した。なお、同図における発災時期は、1年を夏期（6～9月の122日）、冬期（1～3月、12月の121日）、中間期（4～5月、10～11月の122日）の3分類とした。同様に、天候は晴天日と曇天日（降雨日、降雪日を含む）の2分類とした。

図4は、2017年における施設Aに設置された太陽光発電設備の、各期の日射量（kWh/m²）と太陽光発電による発電量（kWh）との関係を示したものである。なお、同日射量および発電量は、施設Aの設備に記録されたログを用いている。同表中の9時と15時の天候は、福井の過去の天気⁵⁾を用いている。なお、図4に用いたデータの内、2017年7月および8月のデータを抜粋したものを表4に示す。

災害時電力使用計画問題となるのは、図4中の関係式の傾きではなく、発電量が少ない日の分布である。表5は、施設Aにおける2017年各期の平均発電量とその割合を求めたものである。同表から、曇天日の発電量は平均値で3.0Whから6.0Wh程度であり、晴天日の1/5程度に相当することがわかる。また、冬期は最も曇天日が多く、他期に比して発電量が圧倒的に低いことが確認できる。

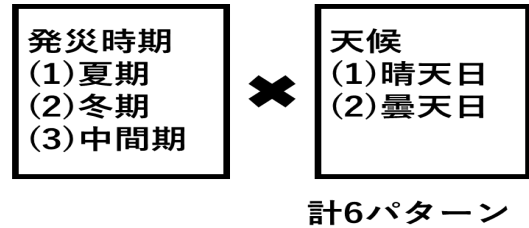


図3 本研究における発災時期と天候の設定パターン

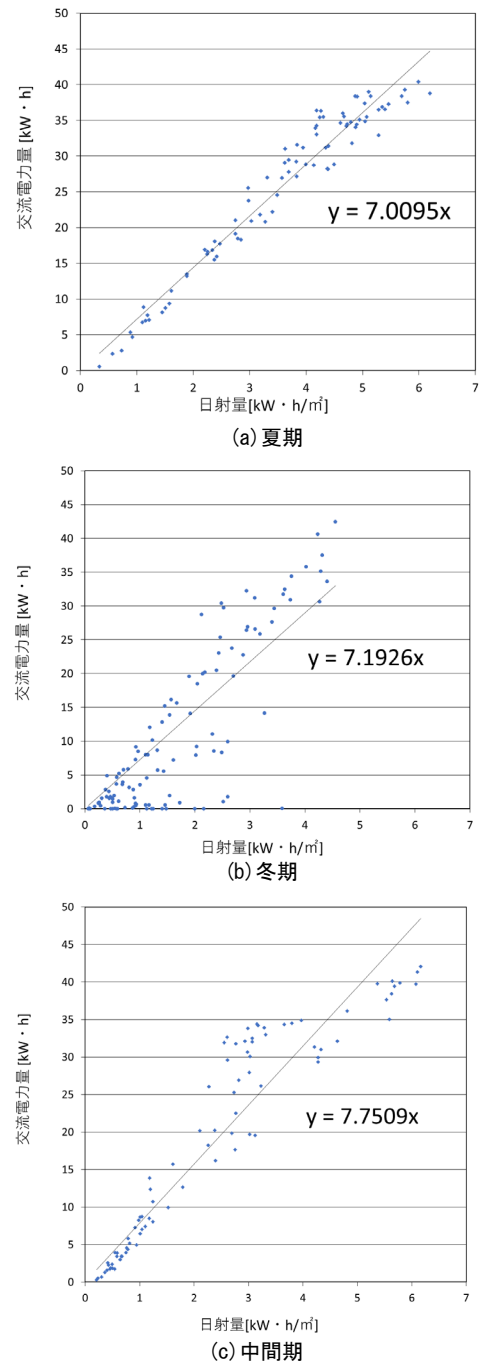


図4 日射量と発電量（交流電力量）との関係（施設Aにおける2017年のデータ）

表 4 日射量と発電量（交流電力量）との関係
（施設 A における 2017 年 7 月、8 月のデータ）

夏期							
day	2017年 7月				2017年 8月		
	日射量 [kW・h/m ²]	天候		交流電力量 [kW・h]	日射量 [kW・h/m ²]	天候	
		9時	15時			9時	15時
1	3.14	r	c	20.16	2.74	c	s
2	3.83	c	c	26.69	5.40	s	s
3	4.93	c	c	31.52	4.81	s	s
4	1.04	r	r	5.19	4.88	s	c
5	2.55	r	c	17.31	5.29	s	s
6	5.85	c	s	38.62	5.29	s	s
7	5.99	s	s	40.41	1.15	c	r
8	5.35	s	c	36.91	0.92	r	c
9	1.22	c	r	7.11	4.71	s	s
10	3.18	c	c	21.83	2.38	c	c
11	5.07	s	c	35.49	4.73	s	s
12	3.40	s	c	22.20	4.14	c	c
13	4.37	c	c	28.26	2.42	s	r
14	6.20	s	s	38.78	3.03	c	c
15	5.80	s	s	37.50	0.73	r	c
16	4.39	c	c	28.20	2.34	c	c
17	2.37	c	s	15.51	3.83	s	s
18	3.28	s	s	20.84	2.98	s	s
19	5.46	s	s	37.29	3.57	s	c
20	5.69	c	s	38.39	3.31	c	c
21	5.75	s	s	39.29	4.61	c	c
22	5.04	s	c	34.90	2.75	c	c
23	1.51	c	c	8.78	1.58	c	c
24	2.84	c	c	18.32	5.14	s	s
25	1.45	r	c	8.16	1.19	r	r
26	2.79	c	s	18.46	4.19	c	s
27	4.50	s	s	28.85	5.11	s	s
28	4.90	s	s	34.45	4.35	s	c
29	2.25	c	c	16.30	4.79	s	c
30	3.83	c	c	29.24	3.49	s	s
31	4.94	c	s	35.08	3.62	c	s
最大値	6.20			40.41	5.40		
最小値	1.04			5.19	0.73		
平均値	3.96			26.45	3.53		

s：晴れ c：曇り r：雨 sn：雪

表 5 時期・天候ごとの発電量とその割合
（施設 A における 2017 年のデータ）

		晴天日	曇天日
夏期	平均発電量[kWh]	29.5	6.0
	割合[%]	86.1	13.9
冬期	平均発電量[kWh]	16.6	3.0
	割合[%]	53.7	46.3
中間期	平均発電量[kWh]	29.0	5.2
	割合[%]	69.7	30.3

※曇天日には降雨日、降雪日を含む

表 6 は当初の災害時電力使用計画段階（以下、当初計画段階と表記する）において施設 A を対象とした災害時の対応に必要とされる電力量である。同表より、必要とされる昼間電力量の合計（以下、災害時必要電力量と表記する）は 11.5kWh と示される。しかし、2017 年のデータによれば、冬期(121 日)のうち 55.4%で災害時必要電力量(11.5kWh)

表 6 当初計画段階における災害時必要電力量
（施設 A を対象とした場合）

災害時必要電力量（昼間）				
設備	消費電力[W]	数量	使用時間[h]	必要電力量[kWh]
蓄電池充電	800	1	12	9.6
パソコン	50	1	8	0.4
携帯電話	5	5	12	0.3
テレビ	150	1	8	1.2
合計				11.5

災害時必要電力量（夜間）				
設備	消費電力[W]	数量	使用時間[h]	必要電力量[kWh]
外灯A	200	2	10	4.0
外灯B	400	3	5	6.0
外灯C	150	1	10	1.5
合計				11.5

表 7 当初計画段階を見直した際の災害時必要電力量
（施設 A を対象とした場合）

災害時必要電力量（昼間）				
設備	消費電力[W]	数量	使用時間[h]	必要電力量[kWh]
蓄電池充電	800	1	0	0
パソコン	50	1	8	0.4
携帯電話	5	5	12	0.3
テレビ	150	1	8	1.2
合計				1.9

災害時必要電力量（夜間）				
設備	消費電力[W]	数量	使用時間[h]	必要電力量[kWh]
外灯A	20	2	10	0.4
外灯B	130	3	5	2.0
外灯C	15	1	10	0.2
合計				2.5

を下回った。同様に昼間電力量の合計が災害時必要電力量を下回ったのは、夏期（122 日）のうち 15.6%，中間期（122 日）のうち 33.4%であった。晴天日は夏期，冬期，中間期の全期で平均発電量が当初計画段階における災害時必要電力量を上回ったものの，曇天日は全期で災害時必要電力量を大きく下回ることとなった。曇天日の割合も，とくに冬期は 46.3%と高かった。また，災害時必要電力量を下回る日が連続する日については，夏期で最大 2 日，中間期で最大 6 日であるのに対し，冬期は最大で 32 日間であった。

施設 A では，計画上夜間に電力を使用するための，昼間における蓄電池への充電を 9.6kWh と設定している。しかし，曇天日における平均発電量はこれを下回っており，同程度の充電は極めて困難であると判断せざるを得ない。したがって，曇天日を想定した災害時電力使用計画の見直しを行う必要性を指摘できる。

4. 災害時使用電力量の見直し

曇天時において発電量不足が生じることを含め、災害時必要電力量を下回る日が数日連続することは、エネルギー供給を防災 GND 設備以外の代替手段に依存する事態（防災 GND 設備を用いた災害時電力使用計画が成り立たない事態）であることを意味する。したがって、防災 GND 設備のみを想定した災害時電力使用計画の策定にあたっては、電子機器の使用を制限することが不可欠となる。施設 A に関しては、収容人数が 42 名であることを踏まえ、表 7 のように使用機器の優先順位を設定し、使用電力量を昼間で 1.9kWh、夜間で 2.5kWh とする災害時電力使用計画の見直し案を作成した。この見直し案であれば、蓄電池への充電を行わない場合であれば冬期の曇天日の発電量でも昼間に使用する電力は賄えることになる。数値だけを見れば見直し案により問題が解決したかのように見ることができるが、現実には人の行動を制限するには十分な準備が求められる。例えば携帯電話の充電等を滞りなく実施するにあたっては、発電量に応じた明確なルールづくり（ソフト面での対応）が必須であることは言うまでもない。このように、人の行動制約を求める以外にも、現在使用されている外灯を LED 照明に変更することや、防災 GND 設備以外の電源供給手段（例えば発電機等備えの冗長化）を検討しておくことが肝要である。

5. おわりに

本報では、防災 GND 設備が導入された施設を事例とした災害時使用電力量の現状の確認と電力使用計画の見直し案について示した。本研究では、この他 5 つの施設（市役所、病院、学校、博物館、都市公園）について同様の検討を行い、本研究で取り上げた施設と同程度の計画見直しの必要性を見出している。これらの施設の中には、内部の取り決めによって蓄電池容量の 70%を災害に備え保存することになっている施設も含まれている。しかし、そのような施設であっても実際の発電量に見合わない災害時電力使用計画となっていたことが確認されている。

いずれにせよ、数値上の見直しは可能であったものの、人の行動制約のみならず、設備に関する理解が薄まっていく

ことへの対処や設備の劣化に伴う数値の見直しを含めた、継続的な対応は欠かせない。

本報で電力使用計画の見直し案を示したように、災害時に使用できる電子機器や照明の数を予め明らかにして利用者に示すことで、避難生活の不安やストレスを軽減させるとともに、必要な対応を明確にする効果があるとも考えられる。そのためには、防災 GND 設備を周知させる努力が不可欠である。このためには、施設運営者が発災時における同設備の使用を想定した避難所運用訓練等を行うことも求められる。

謝辞

本研究の遂行にあたっては、施設 A の職員等、現場で設備を扱っている方々より多大な協力を得た。ここに、記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 環境省、再生可能エネルギー等導入推進基金、
http://www.env.go.jp/policy/local_re/funds4.html（アクセス確認：2021 年 8 月 10 日）
- 2) 総務省、平成 26 年度再生可能エネルギー等導入推進基金事業状況報告書（各年度報告書）、福井県平成 28 年度報告書、
http://www.env.go.jp/policy/18_fukui-26pln-fyH28.pdf（アクセス確認：2021 年 8 月 10 日）
- 3) 総務省、平成 28 年熊本地震による被害状況等について、
http://www.soumu.go.jp/main_content/000479989.pdf（アクセス確認：2021 年 8 月 10 日）
- 4) 西川豊宏・飯嶋航平：太陽光発電・蓄電システム導入による中規模事務所の電力使用量の実測調査、空気調和・衛生工学会大会学術講演論文集、Vol. 10, pp. 193-196, 2015
- 5) goo 天気、福井の過去の天気、
<https://weather.goo.ne.jp/past/>（アクセス確認：2021 年 8 月 10 日）

（受付日 2021 年 10 月 11 日）

（受理日 2022 年 1 月 21 日）

漸化式 $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2$ が定義する数列の収束速度とその一般化

柳原 祐治*

The Converge Speed of the Sequence Defined by $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2$ and Its Generalization

Yuji Yanagihara

Abstract: We consider the sequence $\{a_n\}$ defined by the recursion relation $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2$, which converges to zero as $n \rightarrow \infty$. It is suggested from a numerical calculation that $\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 1$; that is, the sequence $\{a_n\}$ converges to zero at the rate $O(1/n)$ order as $n \rightarrow \infty$. However, this fact remains rigorously unproved although it plays very important role in information and communication theory. In this paper, we show the fact by the following two methods: (a) by applying standard methods taught at the National Institute of Technology, and (b) by using the property of 'Cezàro mean', which is not an elementary subject. Moreover, when the sequence $\{a_n\}$ defined by generalized recursion relations such as $a_{n+1} = a_n - \rho(a_n)^{L+1}$ ($\rho > 0, L \geq 1$) tends to zero as $n \rightarrow \infty$, we can derive the convergence rate by making use of the method (b).

Keywords: sequence, recursion relation, convergence speed, Cezàro mean

1. はじめに

次の漸化式によって定義される数列 $\{a_n\}$ を考える;

$$a_{n+1} = a_n - (a_n)^2. \quad (1)$$

この漸化式 (1) において, 初項 a_1 が十分小さいならば, 「数列 $\{a_n\}$ は 0 に収束」(付録 1 で証明を与える) し, さらに

$$\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 1 \quad (2)$$

が成り立つ. 従って, 極限 (2) から, 数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束する速度は $\{n^{-1}\}$ と同じであることがわかる.

この極限 (2) については, もともと情報通信工学の分野において扱われる「有本アルゴリズム」(通信路容量を求める手法の 1 つ)[1]に関連した問題である. 詳しく述べると, 漸化式 (1) で定義される数列の収束速度が, ある条件の下での「有本アルゴリズムの収束速度」を評価するために必要であることが知られており [2], 数値計算によって (2) が既に予想されていた. しかしながら, 極限 (2) の厳密な証明はこれまでなされていなかった. そこで本論文では, この極限 (2) の厳密な証明を与え, さらにその一般化について考察する.

次に, 今回得られた結果について詳述する. 極限 (2) の証明を試みた当初, まず, 高専で教授される内容のみにより, 初等的に証明することができた. しかし, この証明の方針は, 「1 に収束する具体的な数列で na_n を「はさみうち」にする」というものであり, 証明には複雑な式変形等の技巧が必要とされた. そこで, より簡明な証明を試みたところ, 「チェザロ平均の性質」[3, p15, 例 3] を用いて証明することができた. この「チェザロ平均の性質」とは, 一般に数列 $\{x_n\}$ について

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A \implies \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = A \quad (3)$$

(以下, 性質 (3)) が成り立つことを指す. ここで, 任意の数列 $\{x_n\}$ に対し, 初項 x_1 から第 n 項までの n 個の項の相加平均

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (4)$$

を一般項とする数列は「数列 $\{x_n\}$ のチェザロ平均」と呼ばれるが, これについて, 性質 (3) は次を意味する; 「もとの数列 $\{x_n\}$ が収束するとき, $\{x_n\}$ のチェザロ平均も収束し, その極限值はもとの数列 $\{x_n\}$ の極限值と等しい.」そして, この性質 (3) を用いると, 極限 (2) を見通しよく示すことができた. さらに, 性質 (3) を用いる同様の手法で, 以下のような一般化され

* 一般科目教室 (自然系) y-yanagi@fukui.kosen-ac.jp

た結果を得た．つまり，漸化式 (1) を拡張した次の漸化式

$$a_{n+1} = a_n - \rho(a_n)^{L+1} + o^{L+1}(a_n) \quad (5)$$

(ここで， ρ は正の定数， L は自然数であり， $o^{L+1}(x)$ は $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{o^{L+1}(x)}{x^{L+1}} = 0$ を満たす関数) によって定義される数列についても，初項 a_1 が十分小さいとき，極限 (2) と同様の極限が成り立つことがわかった．この結果を述べると，漸化式 (5) できまる数列 $\{a_n\}$ について

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{na_n} = \frac{1}{\sqrt[L]{L\rho}} \quad (6)$$

が成り立つ．ここで，(5) と (6) において $L=1$ ， $\rho=1$ ， $o^{L+1}(x)=0$ とすると (1) と (2) に一致するので，漸化式 (1) についての結果は，(5) の形の漸化式にまで一般化されたことになる．つまり，このような極めて広い数列のクラスについて，(6) の形の極限が厳密に得られた．また，この極限から，(5) で決まる数列の収束速度が $\{n^{-1/L}\}$ と同じであることがわかる．つまり， L が大きくなるにつれ，(5) で決まる数列が収束する速度は遅くなる．以上が，今回得られた結果であるが，ここで注意して頂きたいことは，よく知られているように「性質 (3) は $\epsilon-\delta$ 論法を用いないと証明できない」ということである [3, p.15, 例 3]．つまり，性質 (3) は直感的に自明のように感じられるが，実は，厳密に証明するためには $\epsilon-\delta$ 論法が必要である．従って，この性質 (3) を用いて証明される (6) の導出には，本質的に $\epsilon-\delta$ 論法が必要であることになる．つまり， $\epsilon-\delta$ 論法のような初等的とはいえない抽象度の高い議論から出発しているにも拘わらず，(6) のような極めて強かつ工学的にも有用な結果が導き出されたことが，大変興味深い．

しかし，かといって「初等的な証明が必要ない」ということでは決してない．これは，数学的に一般的な結果を得るまでには，「初等的な証明から少しずつ抽象化し，一般的な事実に到達する」という過程を経ることが多いからである．実際今回も，いきなり (6) が得られたのではなく，まず最初に (2) の初等的な証明を得た後に，少しずつ一般化を行うことにより (6) に至っている．従って，初等的に証明を行うことも，数学的な発展の出発点として必要不可欠である．

つまり，「初等的な証明」と「抽象的な議論による証明」の両方が，一般的な数学的結果を得るために必要であると考えられる．また，教育的な観点から，学生に対し，初等的な証明と性質 (3) を用いた証明の双方の証明を示して対比をさせることは，幅広い数学的素養を身に付けさせる上で，また，「学習の動機付け」や「大学における学習内容への橋渡し」等の点から，大変有益であると考えられる．

そこで本論では，数学教育に資するため，「極限 (2) の初等的証明」および「極限 (6) の「チェザロ平均の性質 (3) を用いる証明」の両方を示す．また，一般化の過程をわかりやすく示すため，具体的に次の順序で結果を述べる．まず，極限 (2) について，初等的な証明と，性質 (3) を用いた証明の両方の証明を示す，次に，漸化式 (5) において，まず $L=2$ のときの証明を示す．この理由は，いきなり一般の L についての証明を示すと，証明の構造が分かりにくくなると考えたためである．そこで今回は， $L=2$ のときの証明の後に，任意の自然数 L についての証明を与える．

なお，本論では， $o^M(x)$ で

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{o^M(x)}{x^M} = 0 \quad (7)$$

を満たす関数を表す．

本論の構成は以下ようになる．第 2 節では，極限 (2) の初等的な証明を与える．第 3 節では，極限 (2) を性質 (3) を用いて証明する．第 4 節では，漸化式 (5) において $L=2$ としたとき (6) が成り立つことを，やはり性質 (3) を用いて示す．第 5 節では，任意の自然数 L について，漸化式 (5) のとき極限 (6) が成り立つことを示す．

2. 極限 (2) の初等的証明

本節では，極限 (2) の初等的な証明を与える．つまり，漸化式 (1) で定義される数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束するとき，極限 (2) が成り立つことを示す．ここで，初項 a_1 が十分小さいとき数列 $\{a_n\}$ は 0 に収束する (付録 2 を参照) が，一方で $a_1 = 1/2$ のとき数列 $\{a_n\}$ は 0 に収束する (付録 1 を参照) ので，本節では $a_1 = 1/2$ として証明を与える (初項 a_1 の値が，数列 $\{a_n\}$ が 0 に収束す

るような他の値であっても，本節での証明が適用可能である). また，このとき

$$n \geq 1 \text{ のとき } a_n \leq \frac{1}{2} \quad (8)$$

が成り立つことにも注意する(付録1を参照).

(証明) まず

$$n \geq 1 \text{ のとき } na_n < 1 \quad (9)$$

を示す. そのために $b_n = 1 - na_n$ として $b_n > 0$ を示す.

(1) に $a_n = \frac{1-b_n}{n}$ を代入して整理すると

$$b_{n+1} = \frac{1}{n^2} + (1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2})b_n + \frac{n+1}{n^2}(b_n)^2 \quad (10)$$

を得るが，一方で $n \geq 2$ のとき $1 - \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \geq 0$ が成り立つので，(10) より

$$n \geq 2 \text{ のとき } \lceil b_n > 0 \text{ ならば } b_{n+1} > 0 \rceil \quad (11)$$

が成り立つ. 一方で，計算により $b_1 = 1/2 > 0$ ， $b_2 = 1/2 > 0$ であるので，(11) とあわせて帰納的に

$$n \geq 1 \text{ のとき } b_n > 0 \quad (12)$$

を得る. 従って (9) が示せた.

次に，任意の自然数 n について

$$\frac{1}{n+2\sqrt{n}} < a_n \quad (13)$$

が成り立つことを， n についての数学的帰納法を用いて証明する. そのために， $n \geq 1$ であるような n について (13) が成り立つと仮定したときに，

$$\frac{1}{n+1+2\sqrt{n+1}} < a_{n+1} \quad (14)$$

が成り立つことを示す. そのために，(14) を同値変形した

$$(n+1+2\sqrt{n+1})a_{n+1} - 1 > 0 \quad (15)$$

を示す. まず，漸化式(1)より，(15)の左辺は次のようになる;

$$(n+1+2\sqrt{n+1})(a_n - (a_n)^2) - 1. \quad (16)$$

一方，仮定(13)と(8)より

$$\frac{1}{n+2\sqrt{n}} < a_n \leq \frac{1}{2} \quad (17)$$

が成り立ち，一方で関数 $y = x - x^2$ は $x \leq 1/2$ の範囲で単調増加なので，(16)は次のように下から評価される;

$$(16) > (n+1+2\sqrt{n+1})\left\{\frac{1}{n+2\sqrt{n}} - \left(\frac{1}{n+2\sqrt{n}}\right)^2\right\} - 1 \quad (18)$$

(18)の右辺をさらに変形すると

$$\begin{aligned} (18) \text{ の右辺} &= (n+1+2\sqrt{n+1}) \times \frac{n+2\sqrt{n}-1}{(n+2\sqrt{n})^2} - 1 \\ &= \frac{(n+1+2\sqrt{n+1})(n+2\sqrt{n}-1) - (n+2\sqrt{n})^2}{(n+2\sqrt{n})^2} \end{aligned} \quad (19)$$

ここで， $x \geq 1$ で定義された関数

$$f(x) = (x+1+2\sqrt{x+1})(x+2\sqrt{x}-1) - (x+2\sqrt{x})^2 \quad (20)$$

を考え，変形すると

$$\begin{aligned} f(x) &= -1 + 2(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(x+2\sqrt{x}-1) \\ &= -1 + \frac{2(x+2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} \\ &= \frac{-\sqrt{x+1} + 2x + 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで (21) の分子を $g(x)$ とすると

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x + 2\sqrt{x} - (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) - 2 \\ &= (2x + 2\sqrt{x}) - \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} - 2 \end{aligned} \quad (22)$$

となるので $g(x)$ は $x \geq 1$ で単調増加であり，一方で $g(1) = 3 - \sqrt{2} > 0$ であることとあわせると， $x \geq 1$ のとき $g(x) > 0$ が成り立つ. 従って，(21)より $x \geq 1$ のとき

$$f(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} > 0 \quad (23)$$

が成り立ち，このことから $n \geq 1$ のとき

$$(19) = \frac{f(n)}{(n+2\sqrt{n})^2} > 0 \quad (24)$$

が成り立つので(15)が成り立つ. 従って，任意の $n \geq 1$ に対して (13) を仮定すると (14) が成り立つ. また， $n = 1$ のとき

$$(13) \text{ の左辺} = \frac{1}{1+2 \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} = a_1 \quad (25)$$

となるので， $n = 1$ のとき (13) が成り立つ. よって，数学的帰納法により，任意の自然数 n について (13) が成り立つ.

(9) と (13) より， $n \geq 1$ のとき

$$\frac{n}{n+2\sqrt{n}} < na_n < 1 \quad (26)$$

が成り立ち， $n \rightarrow \infty$ のとき最左辺が1に収束するので，「はさみうちの原理」により極限(2)が成り立つ. (証明終わり)

このように，極限(2)は，数学的帰納法と初等的な式変形によって示すことができるが，「 na_n を下から

抑え、かつ1に収束するような数列」を具体的にとることや、式変形による評価等、様々な技巧を必要とする。そのため、同様の手法を別の状況に適用することは、極めて困難であることがわかる。

3. 極限 (2) の「チェザロ平均の性質 (3)」を用いる証明

本節では、前節で証明した極限 (2) を、今度は「チェザロ平均の性質 (3)」を用いて証明する。そこで、本節でも、漸化式 (1) で決まる数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1/2$ として扱うが、この数列について

$$「n \geq 1 \text{ のとき } a_n \neq 0」\text{ かつ } 「\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0」 \quad (27)$$

が成り立つことに注意する。

(証明) $k \geq 1$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} &= \frac{1}{a_k - (a_k)^2} - \frac{1}{a_k} \\ &= \frac{(a_k)^2}{\{a_k - (a_k)^2\}a_k} \\ &= \frac{1}{1 - a_k} \end{aligned} \quad (28)$$

であり、第 n 項までの相加平均をそれぞれ考えると

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} \right) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{1 - a_k} \quad (29)$$

が成り立つ。まず (29) の左辺の和は、隣同士の項が打ち消しあって

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_1} \right) = \frac{1}{na_{n+1}} - \frac{1}{na_1} \quad (30)$$

となる。一方、(29) の右辺は、一般項が $\frac{1}{1-a_n}$ であるような数列のチェザロ平均であるが、条件 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - a_n} = 1 \quad (31)$$

であるので、「チェザロ平均の性質 (3)」より、(29) の右辺も $n \rightarrow \infty$ のとき 1 に収束する。従って、(30) より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{na_{n+1}} - \frac{1}{na_1} \right) = 1 \quad (32)$$

が成り立つが、一方で $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{na_1} = 0$ であるので

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{na_{n+1}} = 1 \quad (33)$$

が成り立つ。従って $\lim_{n \rightarrow \infty} na_{n+1} = 1$ が成り立つので、 $(n+1)a_{n+1} = na_{n+1} + a_{n+1}$ において $n \rightarrow \infty$ とすると極限 (2) を得る。(証明終わり)

このように、「チェザロ平均の性質 (3)」を用いると、第 2 節での証明とは異なり、極限 (2) を見通しよく示すことができる。また、ここでの証明は、「一般項の逆数の差分の相加平均」を考えるものであり、同様の手法が他の形の漸化式の場合にも適用可能である。例えば、漸化式 (1) を拡張した漸化式

$$a_{n+1} = a_n - (a_n)^2 + o^2(a_n) \quad (34)$$

で決まる数列についても、極限 (2) が成り立つことが示される。実際、漸化式 (34) で決まる数列 $\{a_n\}$ について

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} &= \frac{1}{a_k - (a_k)^2 + o^2(a_k)} - \frac{1}{a_k} \\ &= \frac{(a_k)^2 - o^2(a_k)}{(a_k)^2 - (a_k)^3 + a_k \cdot o^2(a_k)} \end{aligned} \quad (35)$$

となるが、数列 $\{a_n\}$ が条件 (27) を満たすとする、数列 (35) の右辺の極限は、次の関数の極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - o^2(x)}{x^2 - x^3 + x \cdot o^2(x)} \quad (36)$$

と等しく、さらにこの極限は、分母と分子の両方を x^2 で割ることにより

$$\begin{aligned} (36) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{o^2(x)}{x^2}}{1 - x + x \cdot \frac{o^2(x)}{x^2}} \\ &= \frac{1 - 0}{1 - 0 + 0 \cdot 0} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (37)$$

となる。従って、(35) の右辺に対して「チェザロ平均」の極限を考えると、先ほどの証明と同様の議論により、極限 (2) が成り立つことが示せる。また、ここでの方法は、数列が条件 (27) を満たすとき(つまり、初項 a_1 が、条件 (27) が成り立つような値のとき)に、適用可能であることもわかる。そこで、本論では、以下、同様の手法を用いて、結果を少しづつ拡張していく。ただし、条件 (27) を満たすような数列に限って証明を与える。なお、注意として、漸化式 (5) からきまる数列は、初項 a_1 が十分小さいとき、必ず条件 (27) を満たす(付録 2 で証明を与える)。従って、本論

で得られる極限は、初項 a_1 が十分小さいとき、全て成り立つ。

4. 極限 (5) の $L = 2$ のときの証明

本節では、漸化式 (5) で定義される数列 $\{a_n\}$ について極限 (6) が成り立つことを「チェザロ平均の性質 (3)」を用いて証明するが、証明の構造をわかりやすく示すため、本節では $L=2$ のときを証明する。そこでまず、示すべき内容を命題として定式化する。

まず、 $x=0$ を含む適当な区間において、関数 $F(x)$ を次のように定義する;

$$F(x) = x - \rho x^3 + o^3(x) \quad (38)$$

(ここで ρ は正の定数) このとき、次の命題 1 が成り立つ;

(命題 1)

漸化式

$$a_{n+1} = F(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (39)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ が条件 (27) を満たすとき、次の極限が成り立つ;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} a_n = \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \quad (40)$$

ただし、 $F(x)$ は (38) で与えられたものとする。

(命題 1 の証明) $k \geq 1$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{(a_{k+1})^2} - \frac{1}{(a_k)^2} &= \frac{1}{(F(a_k))^2} - \frac{1}{(a_k)^2} \\ &= \frac{(a_k)^2 - (F(a_k))^2}{(F(a_k))^2 \cdot (a_k)^2} \end{aligned} \quad (41)$$

であり、第 n 項までの相加平均をそれぞれ考えると

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{(a_{k+1})^2} - \frac{1}{(a_k)^2} \right) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k)^2 - (F(a_k))^2}{(F(a_k))^2 \cdot (a_k)^2} \quad (42)$$

が成り立つ。まず (42) の左辺の和は、隣同士の項が打ち消しあって

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{(a_{n+1})^2} - \frac{1}{(a_1)^2} \right) = \frac{1}{n(a_{n+1})^2} - \frac{1}{n(a_1)^2} \quad (43)$$

となる。一方、(42) の右辺は、一般項が

$$\frac{(a_n)^2 - (F(a_n))^2}{(F(a_n))^2 \cdot (a_n)^2} \quad (44)$$

であるような数列のチェザロ平均であり、この数列の極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n)^2 - (F(a_n))^2}{(F(a_n))^2 \cdot (a_n)^2} \quad (45)$$

を考えると、これは、条件 (27) より、関数の極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - (F(x))^2}{(F(x))^2 \cdot (x)^2} \quad (46)$$

と等しい。一方で、 $(F(x))^2$ を x について展開したときの各項を、次数が低い順に考えると、まず最も次数が低い項は x^2 であり、その次に次数が低い項は「 x を 1 個と $(-\rho x^3)$ を 1 個」を掛けてできる項なので

$$2C_1 \cdot x \cdot (-\rho x^3) = -2\rho x^4 \quad (47)$$

である。以上のことから、 $(F(x))^2$ が次のように表される;

$$(F(x))^2 = x^2 - 2\rho x^4 + o^4(x) \quad (48)$$

(48) を (46) に代入すると

$$(46) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\rho x^4 - o^4(x)}{x^4 - 2\rho x^4 + x^2 \cdot o^4(x)} \quad (49)$$

となり、さらに分母と分子の両方を x^4 で割ることにより

$$\begin{aligned} (46) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\rho - \frac{o^4(x)}{x^4}}{1 - 2\rho x^2 + x^2 \cdot \frac{o^4(x)}{x^4}} \\ &= \frac{2\rho - 0}{1 - 2\rho \cdot 0 + 0 \cdot 0} \\ &= 2\rho \end{aligned} \quad (50)$$

となるので、極限 (45) は 2ρ に収束する。従って、性質 (3) より、(42) の右辺も $n \rightarrow \infty$ のとき 2ρ に収束する。よって、(43) より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n(a_{n+1})^2} - \frac{1}{n(a_1)^2} \right) = 2\rho \quad (51)$$

が成り立つが、一方で $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(a_1)^2} = 0$ であるので

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(a_{n+1})^2} = 2\rho \quad (52)$$

が成り立つ。従って $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_{n+1})^2 = 1/2\rho$ が成り立つので、 $(n+1)(a_{n+1})^2 = n(a_{n+1})^2 + (a_{n+1})^2$ において $n \rightarrow \infty$ とすると $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_n)^2 = 1/2\rho$ を得る。よって、(40) が成り立つ。(証明終わり)

このように、(38) の形の関数からきまる漸化式についても、前節での証明方法が、適用可能であることがわかる。

5. 任意の L についての証明

本節では、第4節と同様の手法を用いて、漸化式(5)で定義される数列 $\{a_n\}$ について極限(6)が成り立つことを、任意の自然数 L について証明する。まず、示すべき内容を命題として定式化する。

$x=0$ を含む適当な区間において、関数 $F(x)$ を次のように定義する;

$$F(x) = x - \rho x^{L+1} + o^{L+1}(x) \quad (53)$$

このとき、次の命題2が成り立つ;

(命題2)

漸化式 $a_{n+1} = F(a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定義される数列 $\{a_n\}$ が条件(27)を満たすとき、次の極限が成り立つ;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{na_n} = \frac{1}{\sqrt[L]{L\rho}} \quad (54)$$

(命題2の証明) $k \geq 1$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{(a_{k+1})^L} - \frac{1}{(a_k)^L} &= \frac{1}{(F(a_k))^L} - \frac{1}{(a_k)^L} \\ &= \frac{(a_k)^L - (F(a_k))^L}{(F(a_k))^L \cdot (a_k)^L} \end{aligned} \quad (55)$$

であり、両辺の第 n 項までの相加平均をそれぞれ考えたと

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{(a_{k+1})^L} - \frac{1}{(a_k)^L} \right) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(a_k)^L - (F(a_k))^L}{(F(a_k))^L \cdot (a_k)^L} \quad (56)$$

が成り立つ。まず(56)の左辺の和は、隣同士の項が打ち消しあって

$$\frac{1}{n} \left(\frac{1}{(a_{n+1})^L} - \frac{1}{(a_1)^L} \right) = \frac{1}{n(a_{n+1})^L} - \frac{1}{n(a_1)^L} \quad (57)$$

となる。一方、(56)の右辺は、一般項が

$$\frac{(a_n)^L - (F(a_n))^L}{(F(a_n))^L \cdot (a_n)^L} \quad (58)$$

であるような数列のチェザロ平均であり、この数列の極限

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n)^L - (F(a_n))^L}{(F(a_n))^L \cdot (a_n)^L} \quad (59)$$

を考えると、これは、条件(27)より、関数の極限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^L - (F(x))^L}{(F(x))^L \cdot (x)^L} \quad (60)$$

と等しい。一方で、 $(F(x))^L$ を x について展開したときの各項を、次数が低い順に考えると、まず最も次

数が低い項は x^L であり、その次に次数が低い項は「 x を $(L-1)$ 個と $(-\rho x^{L+1})$ を1個」かけてできる項なので

$${}_LC_1 \cdot x^{L-1} \cdot (-\rho x^{L+1}) = -L\rho x^{2L} \quad (61)$$

である。以上のことから、 $(F(x))^L$ が次のように表される;

$$(F(x))^L = x^L - L\rho x^{2L} + o^{2L}(x) \quad (62)$$

(62)を(60)に代入すると

$$(60) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{L\rho x^{2L} - o^{2L}(x)}{x^{2L} - L\rho x^{3L} + x^L \cdot o^{2L}(x)} \quad (63)$$

となり、さらに分母と分子の両方を x^{2L} で割ることにより

$$\begin{aligned} (60) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{L\rho - \frac{o^{2L}(x)}{x^{2L}}}{1 - L\rho x^L + x^L \cdot \frac{o^{2L}(x)}{x^{2L}}} \\ &= \frac{L\rho - 0}{1 - L\rho \cdot 0 + 0 \cdot 0} \\ &= L\rho \end{aligned} \quad (64)$$

となるので、極限(59)は $L\rho$ に収束する。従って、性質(3)より、(56)の右辺も $n \rightarrow \infty$ のとき $L\rho$ に収束する。よって、(57)より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n(a_{n+1})^L} - \frac{1}{n(a_1)^L} \right) = L\rho \quad (65)$$

が成り立つが、一方で $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(a_1)^L} = 0$ であるので

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n(a_{n+1})^L} = L\rho \quad (66)$$

が成り立つ。従って $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_{n+1})^L = 1/L\rho$ が成り立つので、 $(n+1)(a_{n+1})^L = n(a_{n+1})^L + (a_{n+1})^L$ において $n \rightarrow \infty$ とすると $\lim_{n \rightarrow \infty} n(a_n)^L = 1/L\rho$ を得る。よって、(54)が成り立つ。(証明終わり)

このように、第4節の議論を自然に拡張することにより、任意の L について証明することができる。

6. おわりに

本論では、漸化式(1)によってきまる数列について、極限(2)を初等的に証明し、また、同じ極限(2)を「チェザロ平均の性質(3)」を用いて示した。さらに、同様の手法を一般化し、漸化式(5)によってきまる数列について極限(6)を示した。また、その際、証明を、

漸化式 (2) および (34), 関数 (38) からきまる漸化式, さらに漸化式 (5) に対して順に与えることにより, 少しづつ一般化した. 本論の内容を, 高専での学習指導において, 「数学学習の動機付け」として, また「高専と大学の橋渡し」として利用して頂ければ幸いである.

謝辞

中川健司先生(長岡技術科学大学)におかれましては, 極限 (2) の予想および, 極めて有益な示唆を頂きました. ここに, 深く感謝の意を表します.

付録 1

漸化式 (1) できまる数列 $\{a_n\}$ が, $0 < a_1 \leq 1/2$ のとき 0 に収束することを示す. まず, ある自然数 n に対して $0 < a_n \leq 1/2$ を仮定すると $0 < a_n - (a_n)^2 \leq 1/2$ つまり $0 < a_{n+1} \leq 1/2$ が成り立つので, 帰納的に $0 < a_n \leq 1/2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を得る. 従って, 数列 $\{a_n\}$ は有界である. また一方で, $a_{n+1} = a_n - (a_n)^2 < a_n$ であるので, 数列 $\{a_n\}$ は単調減少である. 以上のことから, 数列 $\{a_n\}$ は有界かつ単調減少な数列であるため, ある極限值 a に収束する [3]. よって, 漸化式 (1) において $n \rightarrow \infty$ とすると $a = a - a^2$ が成り立ち, この方程式を解くと $a = 0$ を得る. 従って, 数列 $\{a_n\}$ は 0 に収束する.

付録 2

漸化式 (5) できまる数列 $\{a_n\}$ について, 初項 a_1 が十分小さい正の数のとき, 数列 $\{a_n\}$ が条件 (27) を満たすことを示す. なお, 本節では, 関数 $F(x)$ を (53) で与えられたものとする. 従って, $a_{n+1} = F(a_n)$ であることに注意する.

まず, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{o^{L+1}(x)}{x^{L+1}} = 0$ であることから

$$|x| < \delta \implies \left| \frac{o^{L+1}(x)}{x^{L+1}} \right| < \frac{\rho}{2} \quad (67)$$

が成り立つような $\delta > 0$ が存在する. そこで, そのような δ の値を 1 つ取って固定し, δ_0 とする. また,

$$\beta^L < \frac{2}{3\rho} \quad (68)$$

を満たす $\beta > 0$ を 1 つ取って固定し, β_0 とする. さらに

$$\gamma = \min\{\delta_0, \beta_0\} \quad (69)$$

とし, x が $0 < x < \gamma$ を満たすとする. このとき, (67) より

$$-\frac{\rho}{2}x^{L+1} < o^{L+1}(x) < \frac{\rho}{2}x^{L+1} \quad (70)$$

が成り立つので

$$x - \rho x^{L+1} - \frac{\rho}{2}x^{L+1} < F(x) < x - \rho x^{L+1} + \frac{\rho}{2}x^{L+1} \quad (71)$$

つまり

$$x - \frac{3}{2}\rho x^{L+1} < F(x) < x - \frac{1}{2}\rho x^{L+1} \quad (72)$$

が成り立つ. ここで, (72) の右側の不等号から $F(x) < x$ が成り立つ. 一方で, (68) より $x^L < 2/3\rho$ が成り立つので $\frac{3}{2}\rho x^{L+1} < x$ が成り立ち, (72) の最左辺は正である. 従って, 以上のことから

$$0 < x < \gamma \implies 0 < F(x) < x \quad (73)$$

が成り立つので

$$0 < a_1 < \gamma \implies 0 < a_{n+1} < a_n \quad (74)$$

が成り立つ. よって, 初項 a_1 が $0 < a_1 < \gamma$ を満たすとき, 数列 $\{a_n\}$ が減少数列であることと

$$n \geq 1 \text{ のとき } a_n > 0 \quad (75)$$

が示された. 従って, 数列 $\{a_n\}$ は収束することになり, その極限值を a とする. このとき, (72) の右側の不等式に $x = a_n$ を代入し, $n \rightarrow \infty$ とすると

$$a \leq a - \frac{1}{2}\rho a^{L+1} \quad (76)$$

が成り立つ. よって $a^{L+1} \leq 0$ を得るが, $0 \leq a < \gamma$ とあわせると $a = 0$ を得るので, 数列 $\{a_n\}$ は 0 に収束する. 従って, (75) とあわせると, 数列 $\{a_n\}$ は $0 < a_1 < \gamma$ のとき条件 (27) を満たす.

参考文献

- [1] S.Arimoto, An algorithm for computing the capacity of arbitrary discrete memoryless channels, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 18, pp.14-20, Jan.1971.
- [2] K. Nakagawa, Y. Takei and K. Watabe, Analysis for the slow convergence in Arimoto algorithm, in proceedings of ISITA2018, pp.764-768, Oct. 2018.

[3] 田島一郎, 解析入門, 岩波書店, 1981.

(受付日 2021 年 10 月 19 日)

(受理日 2022 年 1 月 21 日)

1 年生基礎解析におけるオンライン学習会実践報告

井之上 和代*¹ 中谷 実伸** 柳原 祐治* 山田 哲也* 相場 大佑**

Practical Report of Online Study Sessions of Mathematics for First-Grade Students

Kazuyo INOUE, Minobu NAKATANI, Yuji YANAGIHARA, Tetsuya YAMADA and Daisuke AIBA

In this paper, we report online study sessions of mathematics practice carried out for the first-grade students of our college in 2020 and consider the results of the questionnaire about the sessions.

The aim of the mathematics practices under the remote learning is to give question-and-answer and an opportunity of learning to the students attending regular lectures by online. In Chapter 2, we introduce the design of the online study sessions and the practice we carry out. In Chapter 3, we explain our intentions of the questionnaire, and consider the results of the survey. The results of the questionnaire indicate that many students are provided not only question-and-answer but also an opportunity of the learning actually.

Keywords: study session, online classes, remote learning, mathematics practices, mathematical education

1. はじめに

福井高専(以下、本校)数学科・応用数学科(以下、数学・応数)では、令和2年度に、1年生を対象としたオンライン学習会を実施した。これは、新型コロナウイルス感染拡大予防対策として実施され、緊急事態への対応として、遠隔授業期間中および、その後の対面授業への移行期に行われたが、当時から、「今後の本校における教育活動に活かせるように、取り組みの状況やノウハウを記録し、共有しておくべきである」と考えていた。そのため、年度末にアンケート調査も実施した。本論では、今回の取り組みとアンケート調査の結果についてまとめ、考察する。

2. オンライン学習会実施の経緯と様子について

2・1 遠隔授業期間中の1年生「基礎解析A・B」の取り組み

令和2年度4月から夏季休暇まで、本校では遠隔授業が実施された。数学・応数が担当する授業についても、2年生以上の科目については、各授業担当者によって遠隔授業(Microsoft Teams, Moodleなどを活用し、ライブやオンデ

マンド動画配信などを駆使したもの)が実施されたが、一方で1年生については、学年全体(5クラス)に対して、統一した対応をとった。その理由は次の2点である。

- (1) ネットワーク利用手続きなどの問題により、Microsoft Teamsをはじめとしたツールの利用開始が、遅くなることが見込まれたため(これは、数学の授業に限らない)。
- (2) 数学・応数の事情として、例年、非常勤講師が1年生科目「基礎解析A・B」とともに複数クラスを担当しているため、試験問題や長期休暇中の課題および補習について、例年、学年で揃えて指導してきたため。

以上の2点の理由により、令和2年度の遠隔授業について、1年生については、学年全体に対して、数学・応数の常勤教員と非常勤講師で対応することにしたが、具体的には以下のように行った。

・入学前の学習課題

入学までの課題として、ドリル2冊を入学予定者に配布(令和2年3月初旬の入学説明会で配布)し、これらに取り組むことを課した。さらに、この2冊を試験範囲とする確認テストの実施を予告した(入学直後に実施予定であったが、一度延期され、さらにその後の休校期間の延長により、結局は中止となった)。

*一般科目教室 自然系 数学科 **一般科目教室 自然系 応用数学科 1k-inoue@fukui-nct.ac.jp

・4月～8月の学習

当初、年度始めの休校は、5月の大型連休までとされていた。また、教科書の最初から十数ページの内容については「約一か月で自習可能である」と判断した(中学校での既習事項との重複が多いため)。そこで、この期間については、「教科書内容の自習」を主な課題とした。また、教科書の該当範囲の内容に沿った授業用動画が、前年度までに整備されていた(反転授業等に用いるため)ので、これらを補助教材として活用することにし、YouTubeで視聴できるよう準備をした。さらに、電話や電子メールによる問い合わせに対応可能な窓口を、設定した。

しかし間もなく、8月までの休校およびその間の遠隔授業実施が決定された。そこで、5月の大型連休明けからは、①教科書指定範囲の自習(授業動画あり)、②プリント、③課題の提出と添削指導(5月末までは郵送し、以降は登校日に受け渡す。)の①～③を1セットとする遠隔授業を実施することにした。それぞれについて補足すると

- ① 授業動画については、引き続き、既に作成されていた授業動画を活用しつつ、未整備の学習範囲については、新たな授業動画を常勤の担当教員が分担して作成していった。このように、1年生全体で教科指導を揃えることによって、授業動画作成の負担を分散することができ、また、非常勤講師(オンライン授業の設備をもたない)が担当しているクラスにも動画を提供することができた。
- ② プリント教材は、通常の授業で行うような演習プリントに加え、学習単元によっては「授業動画を視聴しながら書き込みをして学習する」ような教材を用意した。
- ③ 添削指導について、当初は郵送による課題提出を計画していたが、6月より登校日が設けられることになったことから、「登校日に提出し、次の登校日に添削した課題返却をする」ことにした。

7月に、学習内容の定着を確認するためのテスト(後述)を実施した。その後、課題の提出状況や定着度を踏まえ、①～③の指導を1セットとした遠隔授業を継続して実施した。

・夏休み期間

学習習慣の継続を狙い、①～③の1セット分を、夏休みの宿題とした。

・9月～前期期末試験

9月は「前期中の学習範囲を復習するための演習」を課題とした。その際、授業担当者によっては面接授業を設定し、質疑応答の時間を設ける場合もあった。また、4回の補習を、遠隔授業期間中の課題提出がなされていない学生を対象に実施した。

特に、前期期末試験直前の2週間は「復習期間」とされ、定期試験の対策を主とした演習が行われた。なお、この期末試験の試験範囲は、基礎解析Aについては通年4単位の科目であるため、試験範囲を「7月の確認テストの以降の内容」とし、また基礎解析Bについては、通年3単位(前期1単位、後期2単位)であることと実際の学習内容が「三角比とその応用」が主であったことから、試験範囲を「遠隔授業期間中の学習範囲の全て」とした。

2・2 オンライン学習会実施の経緯と様子

2・2・1 オンライン学習会(7月)実施に至る経緯

6月より、2週間毎に登校日が設けられるようになり、各クラスではホームルームが、また学科によっては実験や実習が実施されることになった。そこで、数学・応数では、直接学生とコミュニケーションを取ることを目的として、教科担当教員や他の数学・応数の教員がホームルームの会場に直接出向き、課題の受け取りや、次の課題の説明等を行なった。

課題については、提出状況は概ね良好であったが、初回の緊張状態であれば忘れないであろうと思われる課題(入学前の2冊のドリルをすらすら)を提出しない学生が、どのクラスにも何名かいた。さらに、提出された課題については、「学習内容を丁寧にまとめた上で問題の理解の様子が分かる解答が書かれた自習ノート」を提出する学生がいる一方で、「問題が解けていない、問題を解いていない」、「間違っている問題がそのままになっている」状態が散見される課題を提出する学生もあり、課題の出来・不出来の差が大きいと感じた。また、「授業動画の再生回数が登校日直前まで伸びない」ことや「6月以前に質問がほぼなかった」こと等から、学生の学習方法や学習習慣について、大きな懸念をもたざるを得なかった。

そこで、まずは質問をしやすい状況を作る必要があると考え、「質問シート」を作成し、「学習内容で疑問点がある場

合、記入して提出するよう」伝えて配布したところ、次の登校日に各クラスから10枚前後の提出があった。これらの質問については、内容を大まかに分類し、常勤の教員で分担して解説（解説文だけでなく、一部の内容については解説動画）を作成し、学生にフィードバックしたが、その際、自学自習中の疑問点は相当数あることを確認した（1枚の「質問シート」に複数の質問が書いてあった場合もあった）ため、遠隔授業の下でも気兼ねなく質問することができる環境を、整えるための工夫が必要であることがわかった。

さらに、学生との直接の対話（登校日に、課題提出や返却を対面で行った際のやり取り）や、保護者懇談（6月末に学校で実施されたもの）を通じて、「自学自習で学力がついているかどうかかわからない」といった不安を複数の学生が感じているということがわかった。一方、教員側も以下の点について不安を感じていた。

- ・例年、入学直後に実施している課題確認テストを中止したため、学力の現状が把握できない。
- ・遠隔授業として課題を課しているので一見授業が進んでいるように見えるが、学習内容の実際の定着度合が確認できない。
- ・授業動画の再生回数や、提出された課題の提出状況や出来の状況から、学習習慣がついていないと推測される。
- ・前期中間試験が中止になり、さらに前期期末試験が10月実施予定となったため、この期末試験後に、結果が芳しくない学生に対して学力はもとより学習意欲の向上のための手段を講じて、手遅れになる可能性がある。

以上についての事実を確認し、問題点に対応するため、6月から始まった登校日を利用してテストを実施することにした。

まず、テストに向けた準備期間を学生に与えるため、7月初旬の登校日にテストの実施概要を説明し、「2週間後の登校日に基礎解析A・Bの試験を実施する」「テストに向けた質疑応答の時間を設ける」の2点を連絡した。

2点目の質疑応答の方法については、「質問シート」を用いる方法では質問と回答にタイムラグができてしまうことから、対面またはオンラインライブでの実施を検討した。対面のみで行う場合、「登校日に質疑応答を行い、さらに次の登校日にテストを実施する」ことになり、テスト

実施予告から4週間後と間隔が空きすぎる。一方、試験実施の検討を始めた6月末頃には、幸いにして1年生全員がMicrosoft Teamsの会議室に参加できる環境となった。そこで、オンライン会議における質疑応答の場としての「オンライン学習会」を実施することにした。

2・2・2 オンライン学習会(7月)について

実施は、令和2年7月16日（木）のテスト実施前の、7月13日（月）、14日（火）の2回（1回90分）とした。また、今回は全員参加とし、同じ時間を共有して学習する機会とした。これは、試験勉強を全くしていない学生がいることも危惧していたためであり、そこでこの機会に勉強を始めて欲しいという期待を込め、「質問がなくても、この時間帯は一緒に試験勉強をしよう」という趣旨から、このような形態とした。実際の実施方法としては、クラス毎にMicrosoft Teamsの会議室を設定し、各クラスの数学担当教員（非常勤講師も）および、少なくとも1名の学生TA（Teaching Assistant）を配置して質疑応答に対応することにした。

1日目は、1クラスが他のオンライン授業と重複したため、4クラスで実施された。当日は、各クラスとも質問が相次いだため、教員とTAで分担してチャットやライブによる解説を行い、また模範解答を作成しチャットに貼付する等して解決した。2日目では、「質問時に同じ質問の解説がチャットに貼り付けられていないかを確認し、なければ質問する」という形態に落ち着いてきた。なお、学生個々の通信環境の問題から、「そのような場面以外はオフラインとする」ことを許したが、2日目においても質問と回答のやり取りは極めて活発に行うことができた。

2・2・3 オンライン学習会(9月)について

9月の面接授業期間（実験実習など、遠隔の形態ではできない授業の補講や、これまでの遠隔授業の内容の復習期間）中に、対面での補習を4回、放課後に行うことにした。これは、もともと「遠隔授業期間中の課題提出が芳しくない1年生」を対象とした補習であるが、対象外の学生からも参加希望が多数あった。そこで、コロナ禍で密を避けるため、今回もオンライン学習会を実施することにした。なお、教員側としては、7月の実施時において「学習の機会を与えること

ができた」という実感を得ていたため、今回も、7月と同様に、オンライン学習会(ライブ)を、対面の補習と同時進行で実施することにした(質疑応答が主ではあるが、「その時間帯と一緒に学習しよう」と呼びかけた)。

対面の補習については、1つの会場で、数学・応数の教員と学生TA複数名で実施した。また、オンライン学習会については、補習担当の教員1名以上および学生TA1名で対応することにした。なお、この補習は放課後に実施することになったが、この期間は全クラスが毎日登校している時期ではなかったため、自宅からある程度の参加可能な学生がいると見込んでいた。

実際の様子を報告すると、初回は、補習の開始と共にオンライン会議室もオープンし、質疑応答に対応した。当初は、学生TAもオンラインの質疑応答に対応するため待機していたが、結局教員のみで手が足りたため、学生TAは専ら対面の補習に対応した。また、学生は「質問がある時にのみオンラインにし、他学生が同じ質問をしていないかを確認し、ない場合は質問をして要件が済めばオフラインにする」といった様子だった。補習の回数を重ねるうちに、オンラインにする学生数は減少し、全4回のうち、3回目、4回目に少なくとも1回オンラインにしたのは数名だった。つまり、オンラインにする学生数が明らかに少ないため「呼びかけは通じていなかったのか」と思われたが、後日、学生に直接聞いてみると「質問する必要がなかったので、オンラインにしなかった」と答える学生が複数いた。従って、この時間を学習の機会として活用していた学生は、オンラインにしている学生も、少なくなかったことがわかった。

実際の質疑応答は、ほとんどがチャットで行われ、1つの質問に対して質問者と教員とで深く議論する場面もしばしばみられた。また、この期間は面接授業が開始されており、質問する環境が多様になっているにも拘らず、オンライン学習会の機会を待って質問をする学生も数名いた。以上のことから、「オンラインの方が質問しやすい」と感じる学生もいることが、推察される。

3. オンライン学習会に関するアンケート調査

3・1 アンケート調査とその結果

数学・応数では、平成27年度より、低学年対象の補習を

実施している。また、この補習に関するアンケート調査を、これまで年度末に複数回実施しているが、今回のオンライン学習会についてのアンケートは、令和2年度の補習に関するアンケートとともにMicrosoft Formsを用いて実施した。以下に、オンライン学習会に関するアンケートの質問内容と、それに対する回答結果をまとめる。

・アンケート実施期間：令和3年2月25日～3月25日

・対象：令和2年度1年生(206名)

・回答数：155 回答率75.2%

(質問1) クラスを選択してください。

・F1 34人, ・F2 32人, ・F3 29人,

・F4 30人, ・F5 30人

(質問2) 学科を選択してください。

・M 35人, ・E 33人, ・EI 28人,

・C 31人, ・B 28人

(質問3) 前期末試験前9月4日、9日、16日、23日のオンラインの学習会に参加しましたか？

・参加した 65人 (42%)

・参加していない 90人 (58%)

(質問4) オンライン学習会は役に立ちましたか？(9月以外に、遠隔授業期間中の試験前7月13日、14日に実施したものも含めて回答してください。)

・とても役に立った 19人 (12%)

・役に立った 104人 (67%)

・あまり役に立たなかった(質問8へ) 20人 (13%)

・役に立たなかった(質問8へ) 12人 (8%)

(質問5) 質問4で「とても役に立った」「役に立った」と答えた人のみ回答。1番目に役に立ったことに近いものを選んでください。(図1参照)

① 自習ではわからなかった教科書の内容を教えてもらう 18人 (16%)

② 自習でできなかった問題の解き方を教えてもらう 30人 (26%)

③ 自分のわからない内容や問題を、他の人が質問していないか確認できる 23人 (20%)

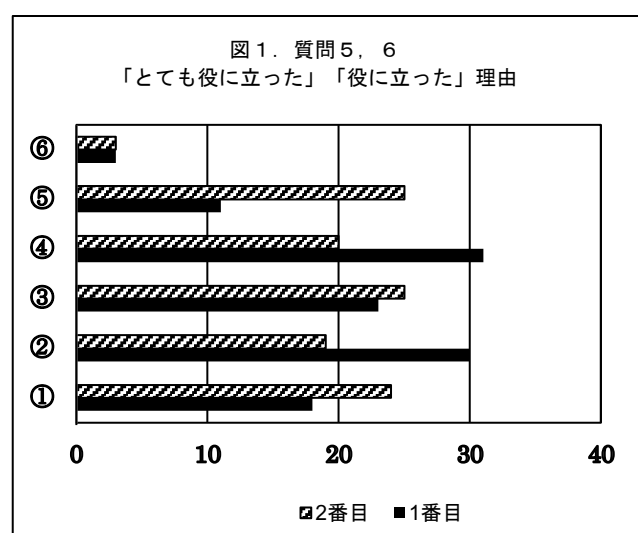
④ オンライン学習会の機会が、勉強するきっかけになる 31人 (27%)

⑤ みんなで一緒に勉強していると、自分も集中できる 11人 (9%)

⑥ その他 3人 (3%)

(質問6) 質問4で「とても役に立った」「役に立った」と答えた人のみ回答。2番目に役に立ったことに近いものを選んでください。(選択肢は質問5と同様。図1参照)

① 24人 (21%), ② 19人 (17%), ③ 25人 (22%)
④ 20人 (17%), ⑤ 25人 (22%), ⑥ 3人 (3%)



(質問7) 質問5, 質問6で「その他」を選択した方, 具体的にどんなことが役に立ったかを記述してください。

回答なし

(質問8) 質問4で「あまり役に立たなかった」「役に立たなかった」と答えた方のみ回答。その理由を書いてください。

(同様の意見はまとめ, 回答を列挙する。後の考察のため回答の種類別に A, B に分類しておく。括弧内は重複した回答数)

A-1 自分から質問をすることができなかった

A-2 わからない所がわからなかった

A-3 聞きたいことが聞けなかった

A-4 先生とあまり話せなかった

A-5 分かりにくかった (2)

A-6 オンラインだと問題の要点が伝わりづらかった。一度に質問できる人数に限りがあった。

A-7 メールだけのやりとりだと深く勉強に励むことができない

A-8 座学は対面じゃないと頭に入らない

A-9 家では集中力が続かない (2)

A-10 機械の不調で聞き取りにくかったり, 質問がない時に何をすればいいのかわからなかった

A-11 特に使用しなかったから

A-12 自分でできるから

B-1 寮のネット環境が整っていないため参加できなかった

B-2 参加していない (7)

B-3 参加していなかったからわからない (2)

B-4 参加できていない

B-5 特にない

3・2 アンケート結果についての考察

(質問1, 2) について

クラスや学科の偏りなく調査できた一方で, 全員の回答が得られなかったため, 次回からは, アンケート調査の時期の変更などを検討する必要があると思われる。

(質問3) について

7月のオンライン学習会は, 1年生全員参加として実施したため, この質問は9月に4回実施したものを対象としている。この9月のオンライン学習会の参加者の割合は, 5割未満であった。また, 参加していない理由についての調査項目を設けなかったが, (質問8) B-1は参加したくてもできなかったということであろう。図書館の端末を利用して参加している寮生もいたようだが, 新生活が始まったばかりであるため, 臨機応変に対応できる学生は少ないと思われる。そこで, 実施期間中に「オンライン学習会に参加できない」旨の相談をしてきた寮生(この設問に回答した学生かどうかはわからない)に対しては, 「対面で実施している補習会場の隣の教室で勉強し, 質問があるときのみ隣室に来て質問して良い」とした。

次に, 参加人数について考える。9月のオンライン学習会の趣旨は, 補習の参加希望者に対応することと, 「一緒に学習しよう」と呼びかけることで学習の機会を与えるということの両方であったが, 人数がわかる範囲では, 対面の補習の参加者(数人の寮生, 補習対象者は13人)と一緒に学習した事がわかる。今回のアンケートでは「オンライン学習会と同時間帯に学習をしていた学生数」を調査できていないが, 2・2・3で述べた通り, 質問がある時以外はオンラインにしない学生もいたことから, 一緒に学習していた学生の割合は, この結果より確実に高くなる。

一方、この時期は全面的な面接授業の開始に向けて登校の機会が増え、教員室に直接質問に訪れる学生の数も増えていた。つまり、オンライン以外で質問する機会が増えてきたことも、オンライン学習会の参加者減少の一因と考えることもできる。

（質問4）について

この質問は、7月と9月の両方についての問いである。「とても役に立った」「役に立った」が79%であり及第点であると考えられる。「あまり役に立たなかった」「役に立たなかった」については、（質問8）で考察する。

（質問5，6，7）について

前述の（質問4）において、「とても役に立った」「役に立った」を選択した理由を問うため、質問項目①～⑥を設定した：

- ① 自習ではわからなかった教科書の内容を教えてもらう
- ② 自習でできなかった問題の解き方を教えてもらう
- ③ 自分のわからない内容や問題を、他の人が質問していないか確認できる
- ④ オンライン学習会の機会が、勉強するきっかけになる
- ⑤ みんなで一緒に勉強していると、自分も集中できる
- ⑥ その他

各質問の意図について述べ、アンケート結果について考察する。

- ・ ①～③「学習内容について直接の問題解決に関する質問」

学習内容や問題の解法など、わからない点の直接的な解決に役立ったかを問う質問である。①と②については、学生が放課後などに教員の元へ質問に来るのと同様の理由で、オンライン学習会が教員室訪問の代替となったかどうかを問うものである。③については、7月のオンライン学習会を実施したことにより、「学生が、わからない問題が実際に質問されていないかどうか確認するために、チャットの履歴を辿っている」ことがわかったため、設定した質問である。

結果は、図1.のグラフより、①と②については、1番目の理由に②が多く選択されている。これは、1年生前半の学習内容・教科書の内容は理解できた（この学習内容は、中学での履修内容と重複するものが多いため）が、さらに中学より進んだ「問題を解く工夫」などの点

についての質問が多くなったためだと思われる。③は「オンラインで実施することで、履歴を辿ることが可能である」ことを生かしたもので、1番目、2番目の理由として多く選択されていた。従って、このことが、オンラインで実施する利点の1つとなっていたことがわかる。

- ・ ④、⑤「学習の機会を与えることができたかに関する質問」

「とても役に立った」「役に立った」理由は、①～③のような直接の問題解決以外にもあるのではないかと考えた。これらは、「学習する機会や学習に集中する機会を得るのに役立ったかどうか」を問う質問で、実際、オンライン学習会の実施時に得た実感から、「一緒に学習しよう」と呼びかけることが、学習習慣のついていない学生が、学習を始めるきっかけを得たのではないかということから④を、さらに学習の質を高めることができたのではないかということから⑤を設定した。

結果は、図1.のグラフから、1番目の理由に④が、2番目の理由に⑤が多く選択されたことがわかる。従って、オンライン学習会を利用して「一緒に勉強しよう」と呼びかけることが、学習するきっかけの1つを与えていたことがわかる。

- ・ ⑥「その他」

今後のために①～⑤以外の理由を知るための問いであったが、（質問7）で回答の記述がなかった。

（質問8）について

Bの回答については、9月のオンライン学習会についての回答と考える（7月は遠隔授業期間中のため閉寮となっており、かつ、オンライン学習会を1年生全員参加として実施していたため）。B-1については、役に立たなかった理由が「参加したかったができなかったため」ということになる。これについては、直接相談があった場合には「（質問3）について」で述べたように対応したが、相談することができなかった学生には、非常に残念な思いをさせてしまったことになる。このことを反省し、今後、配慮が必要な事項とする。B-2からB-4は、参加をしていないことから「あまり役に立たなかった」「役に立たなかった」ことには該当しない。

A-1、A-2は学生自身を起因とした理由で、その後問題を解決できたかどうかはわからない。つまり、9月の対面の補

習は、課題の提出状況の芳しくない学生が対象であったが、10月以降の補習は成績不振者を対象として実施したので、このような取り組みによって少しでも状況が改善できていることを期待しているが、現時点での確認はできていない。

A-3, A-4 は教員側の理由なのか、学生側の理由のどちらの理由なのかはわからないが、オンラインでは学生の様子を見て声かけをすることが難しいため、オンライン学習会の不利な点と考えられる。

A-5～A-10 について、オンライン学習会での実際の質疑応答はチャットを使用することが多く、質問によっては「模範解答を教員や学生 TA が作成しアップする」という形にしていた(一部はライブで説明)。しかし、チャットによる質問は、教科書の問題〇番というものならば詳解を提示するだけで済むが、学習内容についての質問の場合、チャットのみによる説明は、1年生にとっては伝わりにくかったことがわかる。これは、臨機応変にライブに切り替えるなどの措置ができると解決できたのかもしれない。つまり、この点は、対面による方法に対して大きく不利な点であり、今後改善の余地があると思われる。

A-11, A-12 と回答した学生は、このような機会がなくても、学習習慣があり、学習内容を理解出来ていると思われる。

以上のアンケート結果を通じてわかったことは、7月(遠隔授業下)および9月(課外での実施)に実施した2回のオンライン学習会は、学生の学習内容理解の補助となっただけではなく、学習をする機会をも与えていた、ということである。一方で、今回のような実施形態のオンライン学習会に対して「あまり役に立たなかった」「役に立たなかった」の理由として寄せられたもののなかには、ごく少数ではあるが深刻な理由もあり、やはり「どのような学習環境を用意しても、適応できない学生が必ず一定数存在する」ということを再認識した。しかしながら、学生の多様な学習理解度および学習環境に対応するために、教員や学校側が複数の環境を提供することは絶対に必要であり、今回の「オンライン学習会」の取り組みは、「今後の学習活動に生かせる選択肢を、1つ増やすことができた」と考えてよいのではないかとと思われる。

4. あとがき

令和2年度は、学校現場も新型コロナウイルス感染拡大の影響を大きく受けた。そのため、本校のみならず全国の高専や大学、または世界中で様々な取り組みがなされ、また現在も進行中^{1), 2)}である。このような状況のなか、本校でも、オンラインでの質疑応答は定着したと思われるが、そこにさらに「オンライン学習会」の実施を呼びかけることで、「オンライン授業」や単なる「オンライン質疑応答」とは異なる形の、学生が集中して自学自習する機会を提供することができたことが、アンケートの結果などから明確となった。一方で、授業のオンライン化に適応できない学生がいる場合もあることもわかり、今後は、オンラインと対面の併用など、さらに多様な授業形式(すでに本校で取り組んでいる形式については、3), 4) など.)を用意する必要が出てくるかもしれない。

最後に、学校の様子や授業の形式は平常時に戻ってきたため、その後はオンライン学習会の実施の機会を持っていない。しかし、今後も、選択肢の一つとして、学習活動(進学希望者のオンライン学習会など)へ活用することを検討し、また、実際に実施した場合には、検証を重ねていきたい。

謝辞

オンライン学習会は、本校数学科・応用数学科の非常勤講師の松原邦昭先生、近藤基和先生、氏家亮子先生のご協力をいただき実施したものである。本校の長水壽寛教授には、オンライン学習会について、数学科教員としてだけではなく、本校創造教育開発センター長として助言をいただいた。また、坪川武弘名誉教授には、本論文執筆にあたり助言をいただいた。先生方に感謝申し上げます。

参考文献

- 1) 特別企画：コロナ禍における高等教育機関の数学教育実践とその事例 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌 第27号, (2021).
- 2) コロナ禍における授業, 大日本図書 高専教育フォーラム No. 1

<https://www.dainippon-tosho.co.jp/newsletter/detail.php?id=335>

- 3) 柳原祐治, 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌 第27号, (2021), 53頁.
- 4) 井之上和代, 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌 第27号, (2021), 55頁.

(受付日 2021年11月12日)

(受理日 2022年1月21日)

福井県嶺北地方 M5.0 (2020.09.04) の詳細震源と震度について

岡本 拓夫^{*1}

Detail Hypocenter and Intensity of the M5.0 Event (2020.09.04)

Takuo OKAMOTO

An Earthquake with M5.0 occurred on Sep. 9th on 2020 at western margin of the Fukui Plain. This site was pointed out the existence of buried active fault by Okamoto (2016)¹⁾. The area around the main shock is less earthquake occurrence before occurrence of the M5.0. Recorded highest Intensity was less 5 grade at Harue town hall. But, estimated maximum Intensity is upper 5 grade by the researches of damages around the epicenter. This means that the detail seismic observation net-work will be need at the Fukui Plain.

Keywords: seismic intensity, seismicity, seismic damage, active fault, disaster prevention

1. はじめに

福井県嶺北地方福井平野西縁部において、M5.0 のイベントが 2020 年 09 月 04 日 09:20 に発生した。震度計の配置の関係により、計測された最大震度は 5 弱であった。震度 5 は、嶺北において福井地震 (1948, M7.1) 以来になる。しかし、震央での被害の様子を詳しく解析し、気象庁の尺度を対比した結果、震度 5 強であったと結論づけられた。この震度 5 強は、藤島高校地震観測網による詳細震源決定の結果、九頭竜川・日野川の合流地点 (河合地区) の直下 (深さ 7km) に存在する逆断層の活動による強震動によってもたらされたものであると結論した。以下、詳細に報告する。

2. 使用データ

2・1 気象庁

気象庁のデータは使用許可の下、SEIS-PC 用のフォーマットで送られてきているものを利用している。現在、一元化対応 (気象庁、大学、防災科学技術研究所のデータの共同利用) で震源等が求められており、気象庁を引用する形式で使用が可能になっている (大学や防災科学技術研究所の震源もあるが、それらは研究用の独自の仕様になって

おり、次に述べる京都大学以外に使用の許可を頂くのが難しい)。

2・2 京都大学防災研究所北陸観測所の震源

京都大学防災研究所北陸観測所 (以下京大北陸観測所) は、1976 年より独自の観測網で北陸周辺の地震活動を把握してきた。しかし、建屋の老朽化に伴い観測抗における観測の継続のみ続ける形で、建屋の撤去とともに 2012 年の 03 月で独自の震源データ作成を終了した。但し、データの質としては高密度・高感度の臨時観測点のデータを加えたことで気象庁を上回る精度で震源ファイルの生産を行った。よって、2012 年 03 月までの解析には、京大北陸観測所の震源ファイルを利用 (共同研究者として) する。

2・3 藤島高校地震観測網

京大北陸観測所での処理が終了された後の福井県内における詳細地震観測網による震源データは、藤島高校と福井高専地球物理学研究会が共同して展開している藤島高校観測網による震源情報しかなくなってしまった。この観測網で得られた波形のデータ処理は、Win システムを利用している。震源を求める際の実験構造は、京大北陸観測所のデータファイルを利用している。観測網の詳細は、岡本他 (2015)²⁾で詳しくふれられているので省略する (観測点

*一般科目教室 (自然系) ¹okamoto@fukui-nct.ac.jp

の位置は、下記、藤島観測網による震央分布図に示している)。藤島観測網による研究では、福井地震断層の詳細な解析と福井平野西縁部の断層構造の特定解析を継続的に行ってきた。その状況下で、2020年09月04日にM5.0のイベントが、断層の存在が推定される福井平野西縁部¹⁾で発生した。使用してる観測システムは、満点計画(京都大学阿武山観測所)³⁾によって開発されてきた地震計とレコーダーである。

3. M5.0 (2020年09月04日)

2020年09月04日に、福井平野西縁部を震源とする地震が発生した。計測された最大震度は5弱(坂井市春江町随応寺)であった。震央付近には震度計が無く、報道機関によるショッピングセンターでの被害の報道が先行し、福井県民の多くの方が、震源域を誤解する結果になってしまった。Fig.1に、本震以降09月26日まで色を変えて書き加えた震央分布図を示す。震央は九頭竜川と日野川が合流する辺り(福井市河合地区)で、岡本(2016)¹⁾、岡本(2018)⁴⁾で断層の存在が指摘されていた地域である。本震、余震の分布は塊状に認められ、本震面を示す線状配列の確認は、同震央分布図においては難しいと判断でき、さらに高精度の震源情報が断層面の解明には必要であると判断できた。次に、Fig.2に、藤島高校地震観測網で求められた本震(+), 余震(赤点)の震央図を示す(△が観測点)。まず、本震を発生させた断層面の活動(図中の赤色の線)が開始し、その後、周りに広義の余震として地震活動が発生した過程が、藤島高校SSH地学班の研究(岡本の指導)で明らかにすることができた。本震の深さは7kmでたいへん浅く、マグニチュードの割には震央付近で大きな地震動を発生させていると推定された。断層面は震源の並びでイメージできた本震断層面を3次的に動かして確認した面の様子や気象庁のメカニズムの報告(2020)⁵⁾により、逆断層タイプであったと結論づけることができた。本震断層面の走向は、福井県地質図(2010)⁶⁾で示されている西部山地内で認められたリニアメント(岩石の割れやすい方向)の走行と一致している。すなわち、福井平野西縁部には西部の山地を形成させた西上がり(山地側の上昇)の逆断層が存在することを意味する。京大北陸観測所の詳細な震源データでは、

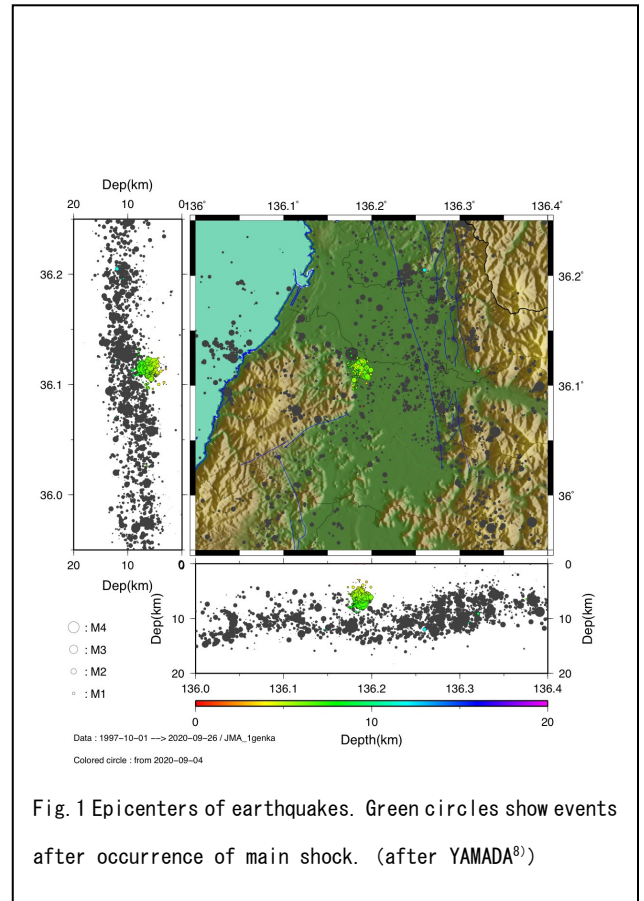


Fig.1 Epicenters of earthquakes. Green circles show events after occurrence of main shock. (after YAMADA⁸⁾)

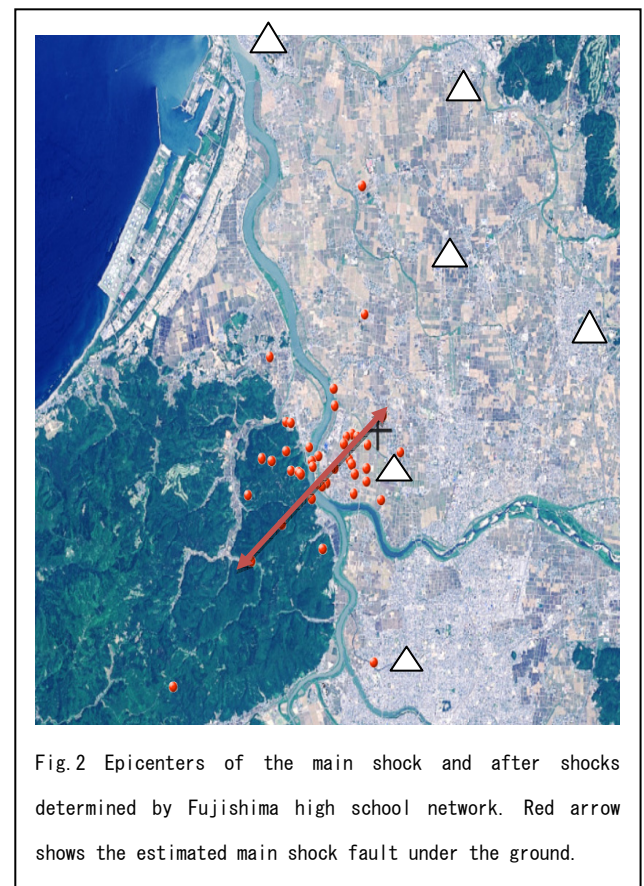


Fig.2 Epicenters of the main shock and after shocks determined by Fujishima high school network. Red arrow shows the estimated main shock fault under the ground.

地震活動の空白域として認識できた領域⁴⁾である。さらに西村（2017）⁷⁾によれば、福井平野西縁部は歪み速度が比較的大きな領域である。今回の地震は、活断層が存在し、しかも歪エネルギーが蓄積しやすい状態の領域で、確率の高い状況下で発生したことが分かる。

4. 震央での震度

震源が浅かったこと、また、震央付近の地盤特性を考慮すると相当の揺れが発生したものと推定出来たので、被害の発生が予測され、現地の情報について河合公民館を通して集めることになった。さらに追加の情報や現地での再調査を行い、それらの結果を纏める目的で、報告会が2020年11月17日に自主防災組織、河合小学校、消防署河合分署、NHK福井等の参加により行われた。詳細は河合自主防災会2020.9.4地震被害報告会（YouTube）⁹⁾で、公開されている。灯籠の倒壊（例えばfig.3）、ブロック塀の倒壊、盛土の流動化現象、屋根瓦の落下、鳥居の回転、食器の散逸、公民館のひび割れ等が確認でき、気象庁の震度別被害指標（fig.4）に対応させると震度5強（柵から散出、座屈、ブロック塀の倒壊が伴っていること）であったことが理解できる。もし、より規模の大きい地震が発生したと仮定すると、震度情報が分からない地域では、救助の初動に支障をきたすことが推定される。活断層の調査等による精度の高い地震規模の想定が、益々、必要になってきていると認識できる。

5. 結論

福井平野では、東縁部において福井地震、西縁部においては今回の地震が顕著な地震として発生した。双方、福井平野を形成した断層の活動によって発生したことが確認できた。特に西縁部の地震（M5.0）は、藤島高校地震観測網の直下で、精度の高い震源情報を得ることができた。震源が浅かったこと、震央付近が軟弱地盤であることから推定震度が5強になることが分かった。特に震度計が配置されていない地域は、地震防災の観点から、活断層の調査等による地震の想定の精度向上が重要になってくる。今後、地震想定の精度向上に向け、研究を続けていきたい。



Fig. 3 A stone lantern fell down near the Kawai elementary school.



Fig. 4 On the relation between Intensity and Oscillation ranked by JMA¹⁰⁾.

謝辞

地震データの使用を許可して下さっている気象庁や京都大学防災研究所、SEIS-PC のデータでは石川有三博士、地震観測の継続・解析に協力して下さった SSH 関連の教員の皆様や生徒諸君、被害調査や報告会に尽力して頂いた河合公民館・河合小学校・河合地区自主防災会の各位、NHK 福井林秀雄記者、データ処理等多方面でサポートしてくれた本校地球物理学研究会の学生諸氏に対して、記して感謝いたします。2 名の査読者のご意見は、たいへん参考になりました。

参考文献

- 1) 岡本拓夫, 福井平野西縁部の断層構造の可能性について, 福井工業高等専門学校研究紀要, 第 49 号 (創立 50 周年記念号), (2016), pp. 181-186.
- 2) 岡本拓夫・斉川清一・片川浩一・高岡美咲・岩堀卓弥・谷口溪, 高校の校舎を利用した地震観測 (SSH) より小・中・高における防災教育へ, モノグラフ「学校・社会教育による地震知識の普及－教育を通じた地震災害軽減の現状と課題－地震の研究者と小・中・高等学校教員との連携－」, 地震学会, (2015), pp. 144-147.
- 3) <https://abuyama.com/NEW/manten.php>
- 4) 岡本拓夫, 福井平野西縁断層の確実性－福井地震から 70 年－, 福井工業高等専門学校研究紀要, 自然科学・工学, 第 52 号, (2018), pp. 11-15.
- 5) <https://www.jma.go.jp/jma/press/2009/04a/202009041020.html>
- 6) 財団法人福井県建設技術公社, 福井県地質図 2010 版, (2010).
- 7) 西村卓也. 京都大学防災研究所公開講座, (2017).
- 8) 山田浩二, 阪神コンサルタント, 福井地震防災研究会, (2020).
- 9) <http://www.youtube.com/watch?v=LvJRGNDgwjY>
- 10) <https://www.jma.go.jp/jma/kishou/known/shindo/index.html>

(受付日 2021 年 11 月 15 日)

(受理日 2022 年 1 月 21 日)

研究推進委員会

委員長	津田良弘	(物質工学科)
委員	田中嘉津彦	(機械工学科)
	松浦徹	(電気電子工学科)
	波多浩昭	(電子情報工学科)
	山脇夢彦	(物質工学科)
	辻野和彦	(環境都市工学科)
	挽野真一	(一般科目教室)

福井工業高等専門学校 研究紀要 自然科学・工学 第55号

令和4年2月7日 発行

編集兼
発行者

福井工業高等専門学校

福井県鯖江市下司町
TEL (0778) 62-1111 (代)
FAX (0778) 62-2597