

# 先進科学系実験実習 (数学) の紹介

松田 修 (津山高専)

# 数理モデルを立て分析する能力を育成する数学教材と授業法及びカリキュラムの開発

基盤研究(B)

研究期間 令和5年度～令和8年度

メンバー：松田修，齋藤純一，長水壽寛，相場大佑，山下哲，  
松野高典，稗田吉成，山中聡，前澤孝信，梅野善雄

# 研究の目的

本研究の目的は、数理モデルを立て分析する能力の育成を重視する数学教育への転換のための具体的な方法を提示することである。

目標1. 数理モデルを立て分析する能力の育成にふさわしい教材と、授業法とは何かを明らかにし開発する。

目標2. 高専の数学教育の中に、数理モデルを立て分析する能力の育成を重視する授業を配置した新しいカリキュラムを提示する。

目標3. 教師にとっても学習者にとっても、数理モデルを立て分析する能力を評価する最適な方法を提示する。

目標4. 教員の教育スキル向上のための授業法ガイドブックを提示し、それを用いて、普及のための研究会とセミナーを開催する。

# 津山高専 先進科学系のカリキュラムの 仕掛け

2年 チャレンジゼミナール基礎

3年 先進科学系実験実習（数学），前期

3年～4年前期

全系横断演習（数学ライフ入門，現在受講生20人）

4年後期～5年 卒業研究

# 先進科学系実験実習（数学）

- ・ 先進科学系 3 年生の科目
- ・ 前期週 3 時間,

学習目的：数学：基本的なアルゴリズムの理解と，プログラムの結果に関して数学的に考察する能力を育成する。

到達目標：

1. 基本的なアルゴリズムを理解する。
2. プログラムの実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき，得られたデータに関する数学的考察ができる。

テーマ

スキル習得のための到達目標

1	10進BASICで数列の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的考察ができる。
2	10進BASICで正則連分数の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに連分数の極限に関する数学的考察ができる。
3	10進BASICでルート入れ子の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに連分数の極限に関する数学的考察ができる。
4	10進BASICで巡回数の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに巡回数に関する数学的考察ができる。
5	10進BASICでマルコフ方程式の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとにマルコフ数に関する数学的考察ができる。
6	10進BASICでリサージュ図形の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとにリサージュ図形の2重点の個数に関する数学的考察ができる。
7	10進BASICで円から作る包絡線の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに包絡線の特徴に関する数学的考察ができる。

テーマ

スキル習得のための到達目標

8	10進BASICでNewton法	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、近似解を全て求めることができる。
9	Maximaで行列の計算	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、行列のn乗に関する予測が行える。
10	Maximaで微分方程式を解く	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、微分方程式に関するある種の予測が行える。
11	Maximaでバタフライ曲線の研究	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、一般バラフライ曲線の形の特徴を報告できる。
12	Excelでパーティー会費の釣銭シミュレーション	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、釣銭シミュレーションの結果を報告できる。
13	Excelでフーリエ解析FFT	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、フーリエ解析（スペクトル解析）の結果を報告できる。
14	Excelで $\sqrt{n}$ の数値データ解析	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、 $\sqrt{n}$ の数値データ解析結果を報告できる。

第 1 回

10 進 BASIC で数列の研究

1. 10 進 BASIC で等比数列のプログラミング

等比数列は、初項が  $a_1$ ,  $n \geq 2$  のとき,

$$a_n = r a_{n-1}$$

によって、得られる数列である。このプログラムは、以下である。

```
! 等比数列
LET r=3      ! 公比
LET a1=1     ! 初項
PRINT r
PRINT 1;a1
FOR n=2 TO 20 STEP 1
  LET a2=r*a1
  PRINT n;a2
  LET a1=a2
NEXT N
END
```

(プログラミングの説明)

！ 等比数列：マーク！は、注釈記号

LET r=1 : LET文, fを3とするという文

PRINT 1;a1 : PRINT文 1とa1を, 並べて表示する. ; (セミコロン) で横に並べる

FOR n=2 TO 20 STEP 1 : FOR NEXT文 nを2から20まで, 1つずつ増やしていく

NEXT N

LET a2=r\*a1 : a2をr\*a1とするという文

LET a1=a2 : a1をそのときのa2の値に変える.

END: END文 プログラム終了の宣言文

\* プログラムの実行は, マーク  をクリックすればよい.

## 本日の実験実習の課題

$k$ -ペル数は、初期条件が  $P_1 = 1, P_2 = k, n \geq 3$  のとき、

$$P_n = kP_{n-1} + P_{n-2}$$

によって、得られる数列である。

(課題1) このプログラムを作れ。

(課題2) 自分で  $k$  を決めて、 $P_{20}$  までの値を確かめよ。

(課題3)  $k$ -ペル数に対して、分数列

$$Q_n = \frac{P_{n-1}}{P_n}$$

を求めるプログラムを作り、 $k = 1, 2$  について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$  の値をそれぞれ予測せよ。また、その他の  $k$  の

場合についても  $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$  の値を研究せよ。(予測値をインターネットで検索してみよう。)

実験実習報告書（第1回）

3-S 番号 ( ) 名まえ ( )	評 価		
	A	B	C

課題2

$k$	$P_{20}$ の値

課題3

$k$	$Q_{20}$ の値	$\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$ の予想
1		
2		

3-S 番号（ ） なまえ（ ）

実験実習スキル評価（第1回）

項目	スキル	到達目標	レベル3相当				自己評価
			A	B	C	D	
計画と実施	数列の漸化式のプログラミング	友人と話し合いながら数列の漸化式のプログラミングができる。	自力で数列の漸化式のプログラミングができる。	友人と話し合いながら数列の漸化式のプログラミングができる。	教員の助言を受けながら数列の漸化式のプログラミングができる。	教員の助言を受けても数列の漸化式のプログラミングができない。	
機器・器具の操作	FOR文の理解とコンピュータの操作	FOR文のしくみを理解し、それを適切に利用できる。	FOR文のしくみを完全に理解でき、適切に利用できる。	FOR文のしくみをだいたい理解している程度で、ある程度利用できる。	誰かの助言を受ければ、FOR文が理解でき、なんとか使うことができる。	FOR文のしくみを理解できていないので、利用できない。	
結果・分析・	実行結果の判定と数学的な考察	実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に関する数学的	自分自身で実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをもとに極限に	友人と話し合いながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをも	教師の助言を受けながら実行結果が適切な数値であるかどうか判定でき、それらのデータをも	教師の助言を受けても実行結果が適切な数値であるかどうか判定できない、それらのデータ	

# 卒業研究へ(2022年度)

# 連成振り子の研究

```
BASIC 実行中 - [E:\class\2022年度\卒業研究\振り子\振り子\連成振り子 3 個A...
E:\class\2022年度\卒業研究\振り子\振り子\連成振り子 3 個A.BMP

ファイル(F) 編集(E) 実行(R) 終了(O) 表示(W) ヘルプ(H)
ファイル(F) 編集(E) 中断(R) 表示(W) 終了(O)

FOR t=0 TO tm STEP dt
  SET COLOR 0
  SET LINE COLOR 0

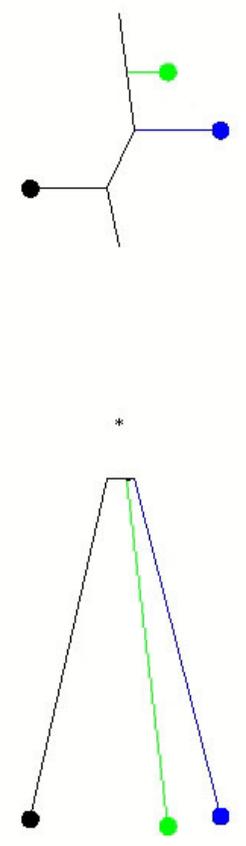
  FOR i=1 TO n
    PLOT POINTS: 0x,0y
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),y(i))
    DRAW disk WITH SCALE(r)*SHIFT(x(i),fy0+i*dd0)
    PLOT LINES: x(i+n),y(i+n);x(i),y(i)
    PLOT LINES: x(i+n),fy0+i*dd0;x(i),fy0+i*dd0
  NEXT I

  FOR j=n+1 TO 2*n
    PLOT LINES: x(j),y(j);
  NEXT J
  PLOT LINES
  PLOT LINES: fx0,fy0;x(4),fy0+dd0;x(5),fy0+2*dd0;x(6)

  FOR i=n TO 1 STEP -1
    IF i=1 THEN
      SET COLOR 1
      SET LINE COLOR 1
    ELSE
      SET COLOR i
      SET LINE COLOR i
    END IF

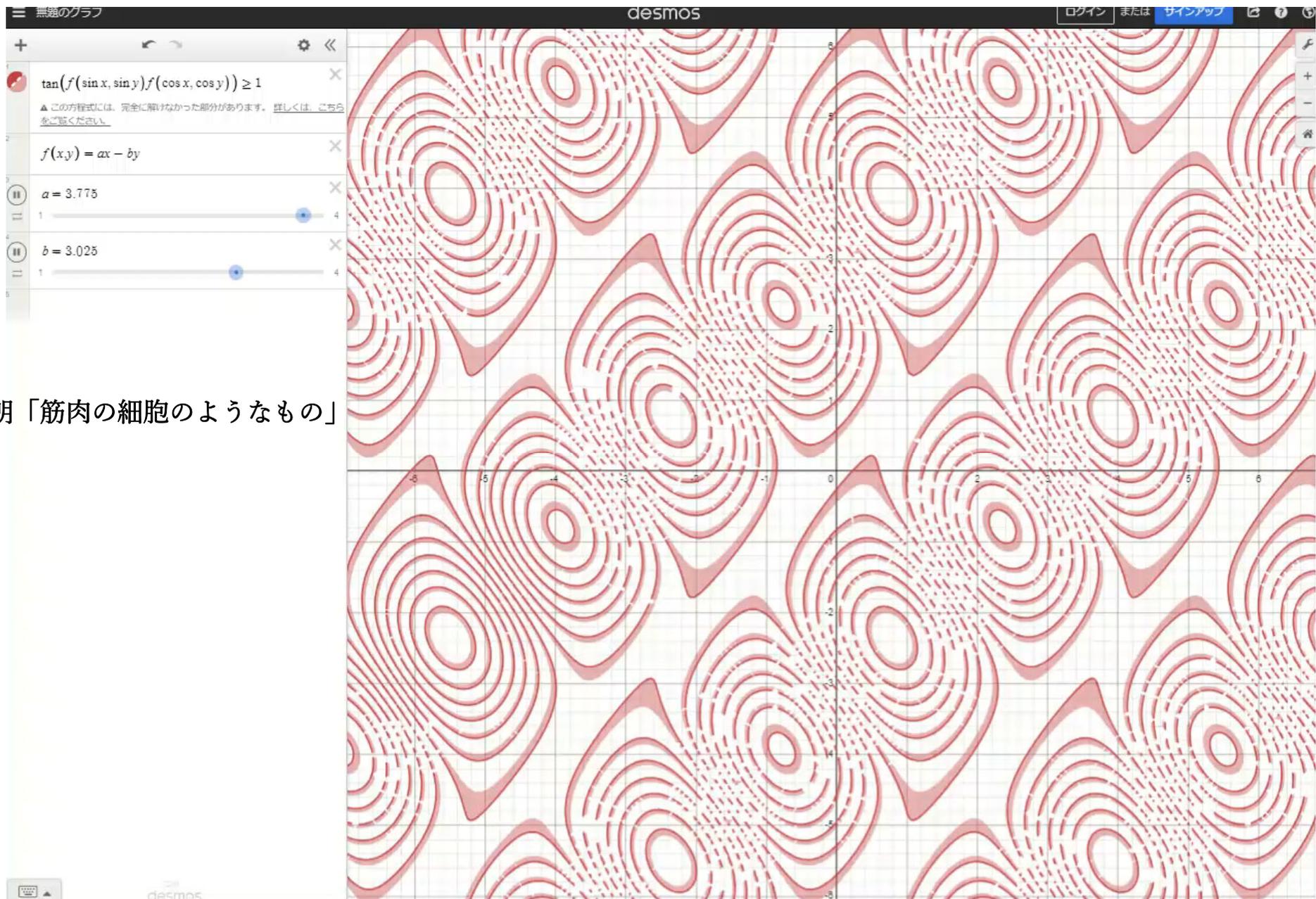
    LET S=0

    挿入 | 十進 | E:\class\2022年度\卒業研究\振り子\振り子\連成振 | -39.9 | -2.975
```



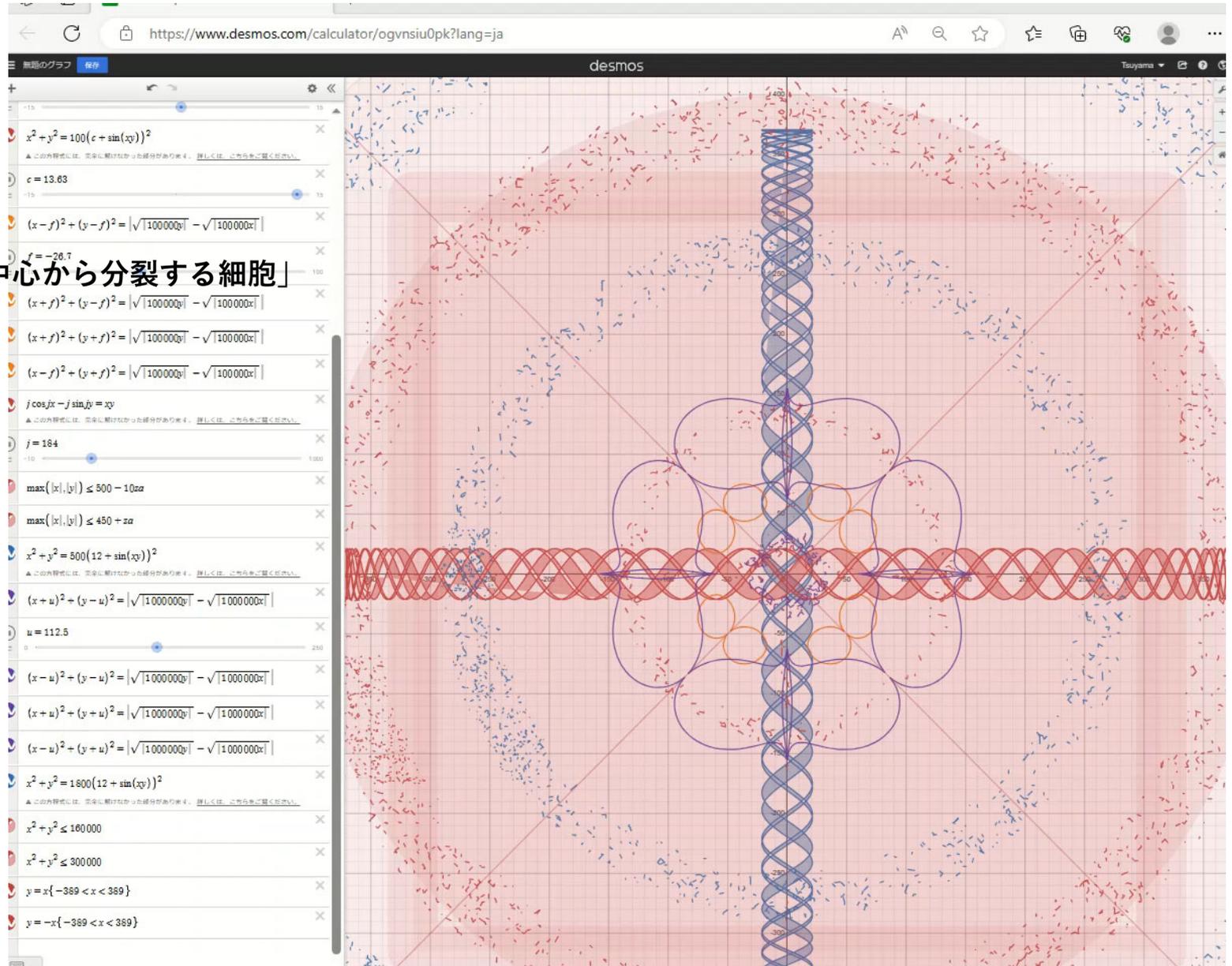
# チャレンジゼミナール基礎 (先進科学系2年)

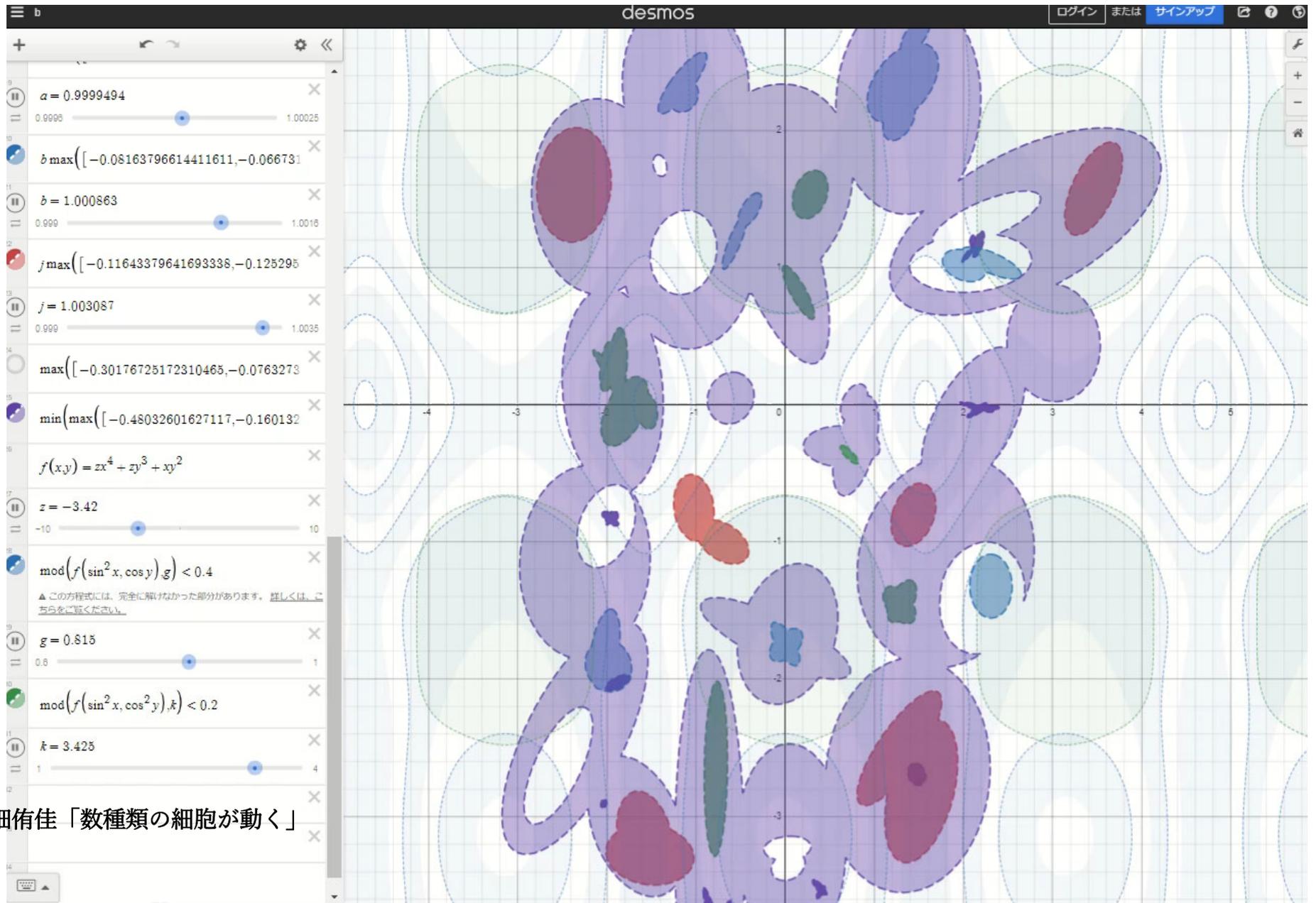
テーマ：DESMOSで細胞のようなものを表現する！！



大澤武朗「筋肉の細胞のようなもの」

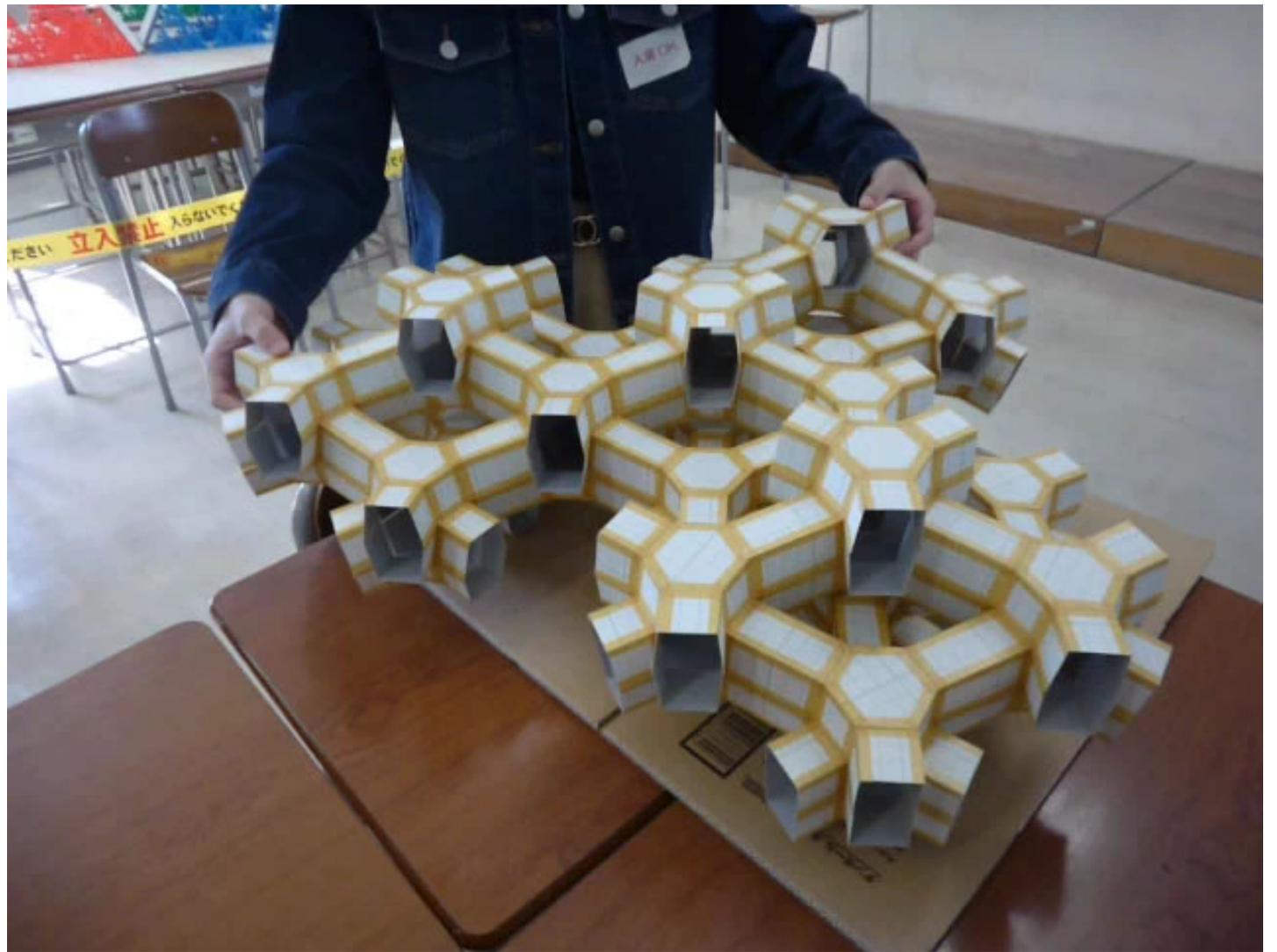
# 墨凌汰「サインカーブの波と中心から分裂する細胞」





小林藍衣 & 高畑侑佳 「数種類の細胞が動く」

数学クラブの作品



# GeoGebraで再現

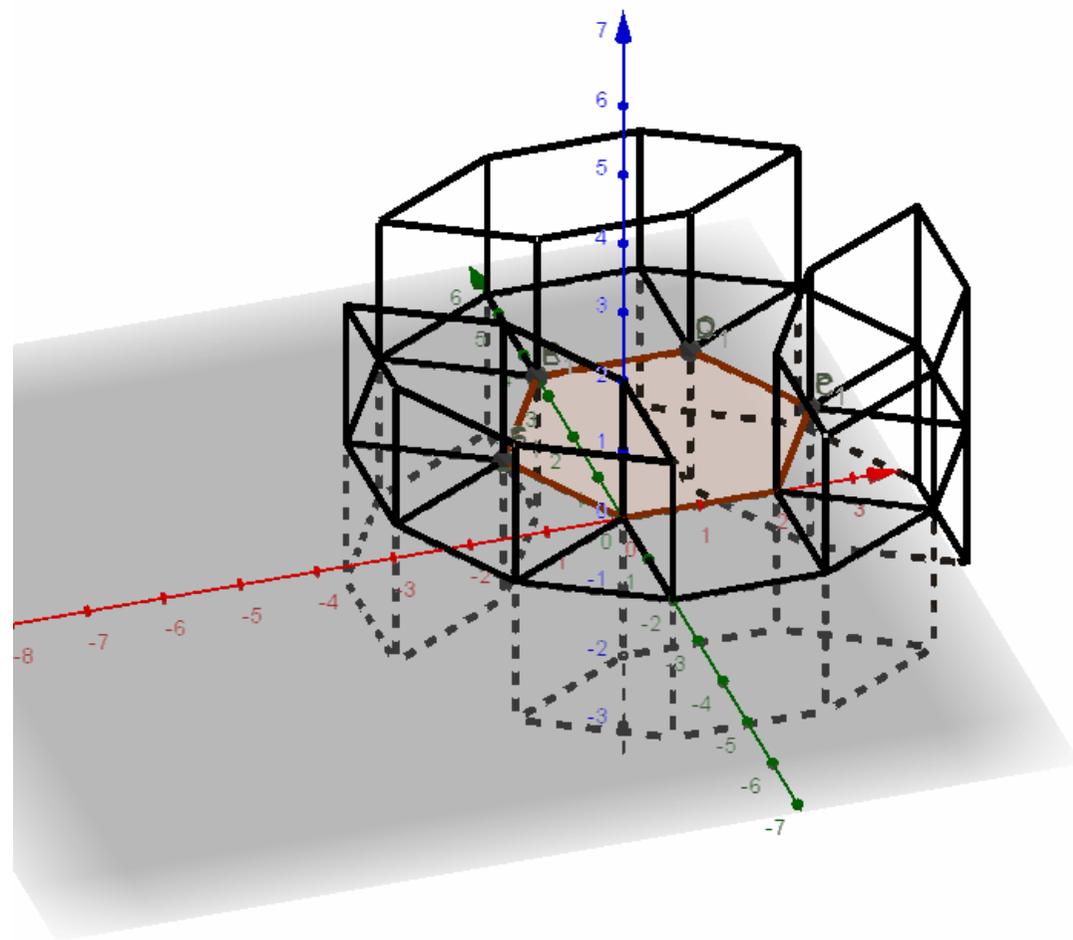
主に使用したベクトル・行列

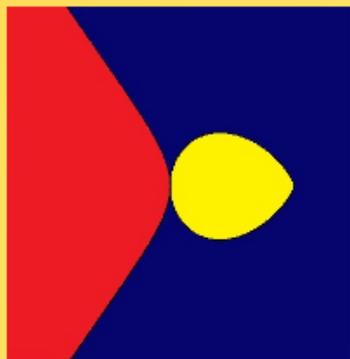
$$\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$X = \begin{pmatrix} \cos \frac{2\pi}{3} & -\sin \frac{2\pi}{3} \\ \sin \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \frac{1}{\sqrt{4 \tan^2 \alpha + 1}} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \tan \alpha \\ -\tan \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$$





松田研究室H.P

<https://www.tsuyama-ct.ac.jp/matsuda/>

上の曲線は、パスカルが名付けた真珠曲線 ( $y^4=x^2(1-x)^3$ ) と呼ばれるものの1つで、次数1のヒルゼブルフ曲面上の底曲線に対してダブルカバーとなる楕円曲線と双有理同値です。曲面上の曲線の対の双有理幾何学の立場からは、対の小平次元が1となります。

### • TSUYAMA E-MATH BOOKS

\*「大学数学への接続シリーズ」を一緒に制作しませんか。興味ある方は、ご連絡ください (e-mail : matsudaあつと tsuyama-ct.ac.jp)。

(新刊：大学数学への接続シリーズ2「多項式の因数分解と体の拡大」(#ガロア理論への入り口)

(新刊：大学数学への接続シリーズ1「分母の有理化と体」有理化するってどういう意味?)

(おすすめ：「ガロア理論のストーリー」 「方程式のガロア群」どちらも入門書です。)

### • 卒業研究

### • 数理・データサイエンス教育のためのデータ分析を訓練する数学教材

(本教材の開発にあたり、2019年～2022年度科学研究費助成事業(学術研究助成基金助成金)、基盤研究(C)(一般、19K02746)の支援を受けました。)